

UNIVERSITÉ DE SHERBROOKE
Faculté de génie
Département de génie mécanique

Caractérisation expérimentale de la réponse
vibro-acoustique de panneaux sous
excitations aléatoires par mesure de
fonctions de sensibilité

Thèse de doctorat
Spécialité : génie mécanique

Christophe MARCHETTO

Jury : Laurent MAXIT (Directeur, INSA Lyon)
Alain BERRY (Directeur, U. de Sherbrooke)
Nouredine ATALLA (Rapporteur, U. de Sherbrooke)
Olivier ROBIN (Examineur, U. de Sherbrooke)
Cédric MAURY (Examineur, École centrale de Marseille)
Charles PEZERAT, (Examineur, ENSIM)
Elena CIAPPI (Examinatrice, CNR-INSEAN)
Pascale NEPLE (Examinatrice AIRBUS)

RÉSUMÉ

La caractérisation expérimentale de la réponse vibro-acoustique de panneaux excités par des champs de pression aléatoire est d'un grand intérêt dans le monde de la recherche, aussi bien industrielle qu'académique. Dans le domaine des transports, ce type d'excitation se rencontre par exemple lorsqu'un écoulement turbulent se développe en paroi d'un véhicule en mouvement. Les fluctuations de pression induites par la couche limite turbulente excitent les parois qui rayonnent un bruit à l'intérieur de l'habitacle. La reproduction expérimentale de ces fluctuations de pression nécessite des moyens qui peuvent être très coûteux (i.e., tunnel aérodynamique, essais *in situ*) et dont il est difficile de maîtriser tous les paramètres physiques. La reproductibilité des mesures peut alors être remise en cause, ce qui rend difficile la comparaison entre différentes solutions technologiques. Un second exemple de champ de pression aléatoire est le champ acoustique diffus. Celui-ci est généralement reproduit dans une chambre réverbérante que l'on couple souvent à une chambre anéchoïque par l'intermédiaire de la paroi dont on souhaite étudier l'isolation acoustique. Un champ acoustique est supposé diffus si l'énergie acoustique provient de toutes les directions et l'intensité des ondes incidentes est équiprobable, ce qui n'est jamais le cas en pratique (problème des angles rasants, modes propres en basse fréquence, etc.). Il y a donc un fort intérêt à disposer d'un outil de laboratoire permettant de reproduire l'effet d'excitations aléatoires dans un environnement qui peut être contrôlé.

C'est dans ce contexte que s'inscrit cette thèse qui a pour but de développer une méthode expérimentale permettant de caractériser le comportement vibro-acoustique de panneaux sous champ de pression aléatoire tout en se passant des moyens de mesures usuels (soufflerie, chambre réverbérante, essais *in situ*, etc.). Afin que cette approche soit pertinente, elle doit pouvoir pallier les problèmes des moyens d'essai existants énoncés plus haut. Les approches étudiées dans cette thèse se basent sur la formulation mathématique du problème dans le domaine des nombres d'onde. Celle-ci met en évidence une séparation explicite des contributions de l'excitation via son interspectre de pression pariétale, de celles du comportement vibro-acoustique du panneau via des fonctions appelées « fonctions de sensibilité ». Supposant donc que l'interspectre de pression pariétale de l'excitation est connu, il suffit de déterminer expérimentalement ces fonctions de sensibilité, sur le panneau ou dans le milieu acoustique, pour déterminer par post-traitement la réponse du panneau à l'excitation considérée. Deux méthodes permettant de déterminer les fonctions de sensibilité seront étudiées numériquement et validées expérimentalement : la méthode par antenne synthétique et la méthode basée sur le principe de réciprocité dite « point-nombre d'onde ». Pour étudier la validité de ces méthodes, on compare leurs résultats à ceux obtenus par des moyens standards sur la base de plusieurs indicateurs aussi bien vibratoires qu'acoustiques. Les méthodes sont validées en considérant les deux types d'excitations évoqués précédemment et pour deux types de panneaux : un panneau académique et un panneau « complexe » issu du domaine aéronautique. Ce dernier permet de mettre en avant l'applicabilité de la méthode dans un contexte industriel.

Mots-clés : vibro-acoustique, champ de pression aléatoire, fonction de sensibilité

ABSTRACT

The experimental vibro-acoustic characterization of panels submitted to random pressure fields is of great interest in the industry as well as in research laboratories. For the transport sector, this type of excitation can be found when a turbulent flow develops at the wall of a moving vehicle for example. The pressure fluctuations induced by the turbulent boundary layer excite the panels which radiate a noise inside the cabin. The experimental reproduction of those pressure fluctuations requires test means which can be very costly (i.e., wind tunnel, *in situ* tests) and whose physical parameters can hardly be controlled. The repeatability of measurements can thereby be questioned which makes it hard to compare different technological solutions. A second example of random pressure field is the diffuse acoustic field. This latter is usually reproduced in a reverberant room which is often coupled with an anechoic chamber by means of the panel whose acoustic insulation is to be tested. A pressure field is assumed to be diffuse if the acoustic energy comes from every direction with an equiprobable intensity of the incident waves. This assumption is never fully reached in practice (lack of grazing incident waves, strong modal behavior of the room at low frequencies, etc.). A laboratory tool which allows reproducing the effect of those random excitations in a controlled environment is therefore of great interest.

In this context, this thesis aims at developing an experimental method to characterize the vibro-acoustic behavior of panels under random pressure fields without using the common test means (wind tunnel, reverberant room, *in situ* tests, etc.). For relevance sake, this approach must compensate for the previously stated issues. The approaches studied in this work are based on the mathematical formulation of the problem in the wavenumber domain. This latter allows an explicit separation of the contributions of the excitation via the wall-pressure cross-spectrum, from those of the vibro-acoustic behavior of the panel via so-called ‘sensitivity functions’. Assuming the wall-pressure cross-spectrum of the excitation is known, it is only required to experimentally determine those sensitivity functions, on the panel or in the acoustic medium, to determine the response of the panel to the considered excitation by post-processing. Two methods aiming at determining the sensitivity functions will be numerically and experimentally studied: the source scanning technique and the method based on the reciprocity principle. Results obtained with those method are compared to measurements using standard test means to attest the validity of those methods. Several vibro-acoustic indicators will be confronted while considering the two previously mentioned excitations and for two types of panels: an academic panel and a ‘complex’ from the aeronautic sector. This latter shows the applicability of the method in an industrial context.

Keywords: vibro-acoustics, random pressure field, sensitivity function

REMERCIEMENTS

Je tiens d'abord à remercier mes directeurs de thèse Laurent et Alain. Ça a été un réel plaisir de travailler sous votre direction ! Au-delà des connaissances scientifiques que vous avez partagé tout au long de ma thèse et de tout le temps que vous m'avez accordé, il y a un point qui reste essentiel à mes yeux et qui prendra toujours une part importante dans ma vie professionnelle, c'est le fait de pouvoir s'amuser au travail. Je vous remercie donc d'avoir permis d'allier le sérieux et "l'fun" (pour reprendre des termes québécois qui me restent) tout en gardant un équilibre parfait. C'est, selon moi, ce qui a permis de rendre un travail abouti puisque ça m'a motivé à venir chaque jour au laboratoire avec la même envie et détermination d'avancer sur ce projet.

Olivier je te remercie pour tout ce que tu as fait pour moi, aussi bien d'un point de vue professionnel que personnel. Je n'oublierai jamais ces heures de travail à la mare au diable, on a bien bossé quand même ! Merci de m'avoir aidé dans les démarches administratives, de m'avoir accueilli à Sherbrooke et surtout pour ton soutien dans ce projet. Tu es clairement un expert de l'expérimental et je n'aurai pas pu aller aussi loin dans mes manip sans ton aide. Et cerise sur le gâteau, tu es vraiment une personne géniale !! Si je peux te souhaiter une chose c'est de ne jamais changer et de garder cette bonne humeur constante qui rend le travail avec toi plus qu'agréable (#88771 pour d'infos).

Je tiens aussi à remercier les trois meilleurs techniciens que je connaisse (j'en connais que trois mais ce sont les meilleurs) : Chantal, Patrick et Patrick (Blachier et Lésveque, resp.). Encore une fois, ça a été un réel plaisir de travailler avec vous et de faire votre connaissance !

Je remercie ensuite tous mes collègues de laboratoire. D'abord côté Lyon : Edouard, Coco, Raissa, Valentin, Benji, Rémi, Mehdi, Laurent (go Ducks), Souha, Phil, Youssef, Sandra, William, Antonio, Barra, Felipe, Fulbert, Gianluigi, Liangfen, Loïc, Mat-Pat, Maxime, Min, Ting, Roberto, ainsi que tous les permanents et Jean Passe... Que dire à part "quelle ambiance" ! Repas de Noël, concert, jeu de Noël, les pauses café au LVAAAA, tout était au top !

Puis côté Sherbrooke : mister Patrick OD (le plus irish des gars de Sutton, avec tous les autres OD bien sûr), Ambre et Clément (et mon filleul comme ça on rend les choses officielles), Pierre, Sam, Jérémy, Valentin, Maxime, Aladin et Jean Passe probablement aussi. Tout pareil que les lyonnais je vous adore ! Un tout grand merci à mon pote Greg pour m'avoir accueilli chez toi pendant ce qui était sensé être les instants les plus stressants de ma vie, mais grâce toi ça s'est juste passé parfaitement bien ! J'ai presque envie de dire que je n'étais pas tendu (Natacha ?).

Une mention spéciale à monsieur Nicolas Lussier St-Gelais (jeez même ton nom prend la moitié de ma thèse) pour avoir fait de moi un membre non officiel de sa famille, jusqu'à la dinde de Noël, oh yeah. Je te remercie pour tout ce que tu as fait pour moi à Sherbrooke,

membre éminent des Brooksketeers, tu n'es qu'un soulman sur une crazy carpet ! Je te souhaite le meilleur car tu le mérites largement !

Presque finalement, je remercie les membres de l'équipe post-travail avec Cat et PA du Liverpool et bien évidemment Christophe et Angélique de la mare au diable.

Et finalement, je remercie ma vraie famille, ceux qui ont tout fait pendant ces 26 ans pour que je réussisse et que j'en vienne à devenir docteur : papa, maman et Jess ! Je vous aime de tout mon cœur et ça ne s'est jamais autant ressenti que lorsque j'étais à l'autre bout du monde ! Je ne pourrai jamais assez vous remercier pour tout ce que vous fait pour moi... merci, merci, merci (ça fait déjà trois de plus).

TABLE DES MATIÈRES

1	Introduction	1
1.1	Mise en contexte et problématique	1
1.2	Définition et objectifs du projet de recherche	3
1.3	Contributions originales	4
1.4	Plan du document	5
2	État de l’art	7
2.1	Modélisation d’excitations aléatoires	7
2.1.1	Éléments d’analyse stochastique	7
2.1.2	Modélisation d’un champ acoustique diffus	9
2.1.3	Modélisation d’une couche limite turbulente	11
2.2	Modélisation du comportement vibro-acoustique d’un panneau soumis à une excitation aléatoire	19
2.2.1	Réponse vibro-acoustique	21
2.2.2	Fonction de sensibilité	22
2.3	Méthodes expérimentales pour caractériser le comportement de panneaux sous champ de pression aléatoire	23
2.3.1	Reproduction directe d’un champ acoustique diffus	23
2.3.2	Reproduction directe d’une couche limite turbulente	27
2.3.3	Synthèse d’excitations aléatoires	28
2.3.4	Méthodes indirectes basées sur la détermination des fonctions de sensibilité	36
2.4	Conclusion sur l’état de l’art	42
3	Caractérisation vibro-acoustique de panneaux sous champ acoustique diffus par principe de réciprocité	45
3.1	Avant-propos	45
3.2	Introduction	47
3.3	Vibroacoustic characterization of panels under diffuse acoustic field	49
3.4	Mathematical formulation of the vibroacoustic response of panels under diffuse acoustic field	51
3.5	Alternative interpretation of the sensitivity functions	54
3.6	Description of the proposed methodology	57
3.7	Numerical and experimental validation of the proposed approach	58
3.7.1	Test case description	58
3.7.2	Experimental set-up	60
3.7.3	Comparison between numerical and experimental results	62
3.8	Comparison with reverberant room measurements	66
3.8.1	Panel velocity response	67
3.8.2	Sound transmission loss	68
3.9	Conclusion	71

3.11	Acoustic reciprocity principles : mathematical formulation of the different vibroacoustic problems	72
3.11.1	Reciprocity principle for the radiated pressure (monopole source)	74
3.11.2	Reciprocity principle for the particle velocity (dipole source)	75
3.12	Numerical simulations	75
3.12.1	Calculation of the sensitivity functions with the direct interpretation	76
3.12.2	Calculation of the sensitivity functions with the reciprocity interpretation	77
4	Fonctions de sensibilité par antenne synthétique : caractérisation d'un panneau sous champ diffus	79
4.1	Introduction	79
4.2	Étude paramétrique sur la reproduction d'ondes planes pariétales par antenne synthétique	80
4.2.1	Nombre de monopôles requis	81
4.2.2	Nombre de points d'observation requis	83
4.2.3	Distance antenne – paroi	85
4.2.4	Reproduction d'ondes planes pariétales sur un intervalle de nombres d'onde	87
4.2.5	Conclusion sur l'étude paramétrique	88
4.3	Application à la caractérisation de panneau sous champ diffus	89
4.3.1	Formulation du problème vibro-acoustique	89
4.3.2	Description du cas test	91
4.3.3	Montage expérimental	95
4.3.4	Validation numérique et expérimentale	95
4.3.5	Confrontation de la méthode par antenne synthétique à des mesures en chambres couplées	104
4.4	Conclusion	107
5	Application de la méthode basée sur le principe de réciprocité au cas d'une couche limite turbulente	111
5.1	Avant-propos	111
5.2	Introduction	113
5.3	Proposed method for estimating the vibration response of panels under a turbulent boundary layer excitations	116
5.3.1	Mathematical formulation of the vibration response	116
5.3.2	Sensitivity functions based on the reciprocity principle	117
5.3.3	Description of the proposed methodology	118
5.4	Characterization of the excitation	119
5.4.1	Spiral-shaped surface microphone array	119
5.4.2	Measurement of the wall-pressure fluctuations and adjusted model of Mellen	121
5.5	Validation of the proposed methodology	126
5.5.1	Test case description	126
5.5.2	Experimental sensitivity functions	130

5.5.3	Application of the proposed methodology and comparison with direct measurements in the wind tunnel	131
5.6	Conclusion	133
6	Méthode par réciprocité : caractérisation de panneaux aux propriétés inconnues sous écoulement	135
6.1	Introduction	135
6.2	Méthode proposée pour prédire la réponse vibratoire d'un panneau sous écoulement	135
6.3	Validation de la méthode par réciprocité dans le cas d'un panneau inconnu	137
6.3.1	Description des manipulations réalisées	137
6.3.2	Fonctions de sensibilité obtenues	143
6.3.3	Réponse prédite par la méthode proposée et confrontation aux mesures directes sous écoulement	145
6.4	Conclusion	147
7	Conclusion générale du mémoire et perspectives	149
A	Calcul de la puissance rayonnée par une plaque plane simplement supportée sous excitation aléatoire	155
B	Approche alternative : fonctions de sensibilités modales	159
B.1	Formulation analytique de la méthode proposée	159
B.2	Résultats préliminaires	160
B.3	Conclusion sur la méthode alternative	162
	LISTE DES RÉFÉRENCES	163

LISTE DES FIGURES

2.1	Panneau (ligne grise) et système de coordonnées. (a) côté émission ; (b) côté réception.	7
2.2	Interspectre de pression pariétale d'un CAD $S_{pp}(k_x, \omega)$ à 1000 Hz, donc $k_0 \approx 18 \text{ m}^{-1}$ ($S_{p_b p_b}(\omega) = 1 \text{ Pa}^2 \cdot \text{s} \cdot \text{rad}^{-1}$) : $\beta = 90^\circ$ ligne bleue ; $\beta = 78^\circ$ ligne rouge ; $\beta = 60^\circ$ ligne jaune.	11
2.3	Profil de vitesse ($U(z)$) et épaisseur de couche limite (δ) [14].	12
2.4	Comparaison de différents modèles d'autospectre ($10 \log_{10}(S_{pp})$) [14].	15
2.5	Représentation schématique d'un interspectre de pression pariétale dans la direction de l'écoulement (ici k_1) [60].	17
2.6	Interspectre adimensionné des fluctuations de pression pariétale $\phi_{p_b p_b}(\mathbf{k}, \omega)$ d'une CLT, pour une vitesse d'écoulement de $50 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ et exprimé dans le domaine des nombres d'onde à 1000 Hz (dB) : (a) modèle de Corcos (α_x, α_y) = (0.7, 0.116) ; (b) modèle de Mellen (α_x, α_y) = (0.7, 0.116) ; (c) modèle de Chase.	19
2.7	Description de la mesure de TL selon ISO 10140 :2010 [102]	25
2.8	Description du problème et système de coordonnées : surface de reproduction Σ_p et réseau de sources en Σ'	29
2.9	Schéma de principe [81] (a) mesure des fluctuations de pression pariétale ou des vibrations d'une plaque sous CLT. (b) moyen d'essai proposé pour synthétiser l'excitation.	30
2.10	Reproduction par WFS d'une CLT selon le modèle de Corcos s'écoulant suivant y [13]. (a) subsonique ($U_\infty = 300 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$). (b) supersonique ($U_\infty = 600 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$). Interspectre de pression pariétale suivant k_y ($k_x = 0$) cible (ligne noire épaisse) et reconstruit (ligne grise fine) en dB. Nombre d'onde acoustique $ k_0 $ représenté par les lignes verticales en tirets. Pic convectif indiqué par une flèche.	32
2.11	Reproduction par PNAH d'une CLT selon le modèle de Corcos s'écoulant suivant x [97]. (a) subsonique ($U_\infty = 300 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$). (b) supersonique ($U_\infty = 600 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$). Interspectre de pression pariétale suivant k_x ($k_y = 0$) cible (ligne grise épaisse) et reconstruit (ligne noire fine) en dB. Pic convectif indiqué par un carré.	34
2.12	Comparaison de la réponse reconstruite avec 5 efforts ponctuels $s_{\hat{w}\hat{w}}^5$ à la réponse de référence $s_{\hat{w}\hat{w}}^{CL}$ [95].	35
2.13	Illustration des mesures des fonctions de transfert H_{sq} [7].	37
2.14	Illustration de la mesure de vitesse vibratoire du panneau en \mathbf{x} pour chaque position de source [7].	38
2.15	Relation de réciprocité de Lyamshev pour des structures élastiques excitées par un effort normal ponctuel [86].	40
2.16	Relations de réciprocité dans le milieu acoustique [46]. (a) cas du monopôle. (b) cas du dipôle.	41

2.17	Schéma récapitulatif des méthodes expérimentales pour caractériser un panneau sous champ de pression aléatoire.	42
3.1	Panel (gray line) and coordinate system. (a) receiving side : semi-infinite domain. (b) source side : theoretical DAF.	50
3.2	Direct interpretation of the sensitivity functions : (a) H_v , (c) H_p , (e) H_{v_0} and corresponding reciprocal interpretation (b) H_v , (d) H_p , (f) H_{v_0} . (d) and (f) see appendix for demonstration.	55
3.3	Experimental setup. (a) plate excited by a shaker to determine H_v . (b) and (c) baffled plate excited by a monopole source to determine H_p and H_{v_0} . 1 - shaker with impedance head. 2 - plate. 3 - frame. 4 - baffle. 5 - sound absorbing foam. 6 - monopole source mounted on 3-axis robot. 7 - single-point laser vibrometer mounted on 2-axis robot.	61
3.4	Velocity sensitivity functions at point \mathbf{x}_M , $ H_v ^2$ (dB, ref. $1 \text{ m}^2.\text{s}^{-2}$) : direct calculation (left), numerical reciprocity approach (middle), experimental reciprocity approach (right). (a) $f = 178 \text{ Hz}$. (b) $f = 600 \text{ Hz}$. (c) $f = 1710 \text{ Hz}$. - - -, circle of radius k_f . —, circle of radius k_0	63
3.5	Product of sensitivity functions at point \mathbf{x}_N , $ \text{Re}\{H_p \times H_{v_0}^*\} $ (dB, ref. 1 Pa.m.s^{-1}) : direct calculation (left), numerical reciprocity approach (middle), experimental reciprocity approach (right). (a) $f = 178 \text{ Hz}$. (b) $f = 600 \text{ Hz}$. (c) $f = 1710 \text{ Hz}$. - - -, circle of radius k_f . —, circle of radius k_0	64
3.6	Velocity ASD functions G_{vv} (dB, ref. $1 \text{ m}^2.\text{s}^{-2}.\text{Hz}^{-1}$). (a) direct calculation (bold gray line) vs. numerical reciprocity approach (light black line). (b) numerical reciprocity approach (bold gray line) vs. experimental reciprocity approach (light black line).	65
3.7	Pressure – particle velocity CSD functions $\text{Re}\{G_{pv_0}\}$ (dB, ref. $1 \text{ W}^2.\text{m}^{-2}.\text{Hz}^{-1}$). (a) direct calculation (bold gray line) vs. numerical reciprocity approach (light black line). (b) numerical reciprocity approach (bold gray line) vs. experimental reciprocity approach (light black line).	66
3.8	Velocity ASD functions G_{vv} (dB, ref. $1 \text{ m}^2.\text{s}^{-2}.\text{Hz}^{-1}$) : reverberant room measurements (bold gray line) vs. experimental reciprocity approach (light black line).	67
3.9	Illustration of the virtual surface Σ_v considered for estimating the radiated power. (a) in the transmission loss facility. (b) with the reciprocal approach. (c) with the reciprocal approach considering the symmetry properties of the system.	69
3.10	Transmission loss (dB). (a) numerical approach (bold gray line) vs. experimental reciprocity approach (light black line). (b) transmission loss facility (bold gray line) vs. experimental reciprocity approach (light black line). . .	70
3.11	Illustration of the three considered vibroacoustic problems of an elastic structure excited by : (a) a normal force at point $\tilde{\mathbf{x}}_f$, (b) a monopole source at point \mathbf{x}_m (internal or external to the structure), (c) a dipole source at point \mathbf{x}_d (internal or external to the structure).	73
4.1	EER en fonction du nombre de monopôles suivant x et y	82

4.2	Nombre de monopôles en fonction du nombre d'onde de l'OPP à reproduire. (a) suivant x . (b) suivant y . Critère de 4 monopôles par longueur d'onde (ligne noire). $f = 1000$ Hz (points rouges). $f = 2000$ Hz (points verts).	83
4.3	Nombre de points d'observation suivant x et y . (a) EER. (b) $\log_{10}(\kappa)$, où κ est le conditionnement de H_{sq}	84
4.4	Effet du manque de points d'observation (indiqués par des croix). (a) champ de pression cible. (b) champ de pression reconstruit.	85
4.5	Distance antenne – paroi en fonction de la fréquence. (a) EER. (b) $\log_{10}(\kappa)$, où κ est le conditionnement de H_{sq}	86
4.6	Effet d'une antenne trop proche de la paroi. Monopôles indiqués par des croix. (a) champ de pression cible. (b) champ de pression reconstruit.	86
4.7	Effet d'une antenne trop éloignée de la paroi. Monopôles indiqués par des croix. (a) champ de pression cible. (b) champ de pression reconstruit.	87
4.8	EER en fonction du nombre d'onde de l'OPP et de la fréquence. (a) suivant k_x . (b) suivant k_y	88
4.9	EER en fonction du nombre de monopôles suivant x et y pour $z' = 0.1$ m.	93
4.10	Montage expérimental. (1) plaque simplement supportée. (2) baffle. (3) mousse absorbante. (4) chambre de compression de la source monopolaire montée sur le robot (tuyau longeant le bras robot). (5) vibromètre laser.	94
4.11	Illustration de la manipulation réalisée. (a) antenne complète. (b) antenne réellement utilisée après considération des symétries du problème.	94
4.12	Valeur absolue des fonctions de sensibilité au carré $ H_v(\mathbf{x}, \mathbf{k}, f) ^2$ suivant k_x et pour $k_y = 0$ (dB, ref. $1 \text{ m}^2 \cdot \text{s}^{-2}$) : (a) théorie, (b) antenne synthétique numérique. k_0 (ligne continue). k_f (ligne en tirets).	98
4.13	Valeur absolue des fonctions de sensibilité au carré $ H_v(\mathbf{x}, \mathbf{k}, f) ^2$ suivant k_y et pour $k_x = 0$ (dB, ref. $1 \text{ m}^2 \cdot \text{s}^{-2}$) : (a) théorie, (b) antenne synthétique numérique. k_0 (ligne continue). k_f (ligne en tirets).	98
4.14	Valeur absolue des fonctions de sensibilité au carré $ H_v(\mathbf{x}, \mathbf{k}, f) ^2$ suivant k_x et pour $k_y = 0$ (dB, ref. $1 \text{ m}^2 \cdot \text{s}^{-2}$) : (a) théorie, (b) antenne synthétique expérimentale. k_0 (ligne continue). k_f (ligne en tirets).	99
4.15	Valeur absolue des fonctions de sensibilité au carré $ H_v(\mathbf{x}, \mathbf{k}, f) ^2$ suivant k_y et pour $k_x = 0$ (dB, ref. $1 \text{ m}^2 \cdot \text{s}^{-2}$) : (a) théorie, (b) antenne synthétique expérimentale. k_0 (ligne continue). k_f (ligne en tirets).	99
4.16	Autospectre de vitesse G_{vv} au point \mathbf{x}_M (dB, ref. $1 \text{ m}^2 \cdot \text{s}^{-2} \cdot \text{Hz}^{-1}$) : théorie (ligne grise épaisse) vs. antenne synthétique numérique (ligne noire fine).	101
4.17	Autospectre de vitesse $\langle G_{vv} \rangle$ moyenné sur toute la plaque (dB, ref. $1 \text{ m}^2 \cdot \text{s}^{-2} \cdot \text{Hz}^{-1}$) : théorie (ligne grise épaisse) vs. antenne synthétique numérique (ligne noire fine).	102
4.18	TL (dB) : théorie (ligne grise épaisse) vs. antenne synthétique numérique (ligne noire fine).	102
4.19	Autospectre de vitesse G_{vv} au point \mathbf{x}_M (dB, ref. $1 \text{ m}^2 \cdot \text{s}^{-2} \cdot \text{Hz}^{-1}$) : théorie (ligne grise épaisse) vs. antenne synthétique expérimentale (ligne noire fine).	103
4.20	Autospectre de vitesse $\langle G_{vv} \rangle$ moyenné sur toute la plaque (dB, ref. $1 \text{ m}^2 \cdot \text{s}^{-2} \cdot \text{Hz}^{-1}$) : théorie (ligne grise épaisse) vs. antenne synthétique expérimentale (ligne noire fine).	103

4.21	TL (dB) : théorie (ligne grise épaisse) vs. antenne synthétique expérimentale (ligne noire fine).	104
4.22	Autospectre de vitesse G_{vv} au point \mathbf{x}_M (dB, ref. $1 \text{ m}^2 \cdot \text{s}^{-2} \cdot \text{Hz}^{-1}$) : mesure directe (ligne grise épaisse) vs. antenne synthétique expérimentale (ligne noire fine).	105
4.23	Autospectre de vitesse $\langle G_{vv} \rangle$ moyenné sur toute la plaque (dB, ref. $1 \text{ m}^2 \cdot \text{s}^{-2} \cdot \text{Hz}^{-1}$) : mesure directe (ligne grise épaisse) vs. antenne synthétique expérimentale (ligne noire fine).	106
4.24	TL (dB) : mesure directe (ligne grise épaisse) vs. antenne synthétique expérimentale (ligne noire fine).	106
5.1	Illustration of a baffled panel (gray line) excited by a TBL and coordinate system.	116
5.2	Determination of the sensitivity functions H_v : (a) based on the direct interpretation, (b) using the reciprocity principle.	118
5.3	(Color online) (a) Microphone positions (red markers) and illustration of a reconstructed grid (blue dots). (b) Close-up view of the mounted sensors and pinholes on measurement side.	120
5.4	(Color online) Measurement of the wall-pressure fluctuations using the spiral-shaped surface microphone array flush-mounted in the wind tunnel.	122
5.5	TBL parameters extracted from measurements at $U_\infty = 20 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ (bold gray line) and at $U_\infty = 40 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ (light black line) based on the model of Mellen. (a) Convection speed normalized by the flow velocity. (b) Streamwise exponential decay rate α_x . (c) Spanwise exponential decay rate α_y	123
5.6	(Color online) Spatial CSD function of the blocked wall-pressure normalized by the auto-spectrum at the center of the array $G_{p_b p_b}(\xi_x, \xi_y, f) / G_{p_b p_b}(f)$ at 500 Hz and at a flow velocity $U_\infty = 20 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$. (a) Mellen model, real part. (b) Direct measurement, real part. (c) Mellen model, imaginary part. (d) Direct measurement, imaginary part.	124
5.7	(Color online) Spatial CSD function of the blocked wall-pressure normalized by the auto-spectrum at the center of the array $G_{p_b p_b}(\xi_x, \xi_y, f) / G_{p_b p_b}(f)$ at 500 Hz and at a flow velocity $U_\infty = 40 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$. (a) Mellen model, real part. (b) Direct measurement, real part. (c) Mellen model, imaginary part. (d) Direct measurement, imaginary part.	125
5.8	Spatially averaged ASD function of the blocked wall-pressure $\langle G_{p_b p_b}(f) \rangle$ (dB, ref. $4 \times 10^{-10} \text{ Pa}^2 \cdot \text{Hz}^{-1}$) at a flow velocity $U_\infty = 20 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ (bold gray line) and $U_\infty = 40 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ (light black line).	126
5.9	(Color online) Illustration of the filtering effect of the plate. (a) Theoretical squared absolute value of the sensitivity functions $ H_v(\mathbf{x}, k_x, 0, f) ^2$ (dB, ref. $1 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1} \cdot \text{Hz}^{-1}$). (b) Model of Mellen $G_{p_b p_b}(k_x, 0, f)$, $U_\infty = 40 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ (dB, ref. $1 \text{ Pa}^2 \cdot \text{Hz}^{-1}$). (c) Product $ H_v(\mathbf{x}, k_x, 0, f) ^2 \times G_{p_b p_b}(k_x, 0, f)$ (dB, ref. $1 \text{ Pa}^2 \text{m}^2 \cdot \text{s}^{-2} \cdot \text{Hz}^{-1}$) normalized by the maximum value at each frequency. Continuous line : flexural wavenumber k_f according to Eq. (5.8). Dashed line : convective wavenumber k_c according to Eq. (5.9).	129

5.10	(Color online) Squared absolute value of the sensitivity functions $ H_v(\mathbf{x}, \mathbf{k}, f) ^2$ (dB, ref. $1 \text{ m}^2 \cdot \text{s}^{-2} \cdot \text{Hz}^{-1}$) along $k_x \geq 0$ for $k_y = 0$: (a) numerical result, (b) experimental result. The superimposed lines represent : k_f according to Eq. (5.8) (continuous line) ; k_0 (dashed line) ; k_c according to Eq. (5.9) for $U_\infty = 20 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ (line with triangle markers) ; k_c according to Eq. (5.9) for $U_\infty = 40 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ (line with circle markers).	130
5.11	(Color online) Experimental setup used to measure the vibration response of the plate to the TBL excitation generated in the wind tunnel.	132
5.12	Velocity ASD functions G_{vv} (dB, ref. $1 \text{ m}^2 \cdot \text{s}^{-2} \cdot \text{Hz}^{-1}$) at flow velocity $U_\infty = 20 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$: proposed approach (bold gray line) vs. wind tunnel measurements (light black line).	132
5.13	Velocity ASD functions G_{vv} (dB, ref. $1 \text{ m}^2 \cdot \text{s}^{-2} \cdot \text{Hz}^{-1}$) at flow velocity $U_\infty = 40 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$: proposed approach (bold gray line) vs. wind tunnel measurements (light black line).	133
6.1	Illustration du panneau bafflé (ligne grise) excité par une CLT, et système de coordonnées [76].	135
6.2	Montage expérimental pour la caractérisation de panneaux inconnus. (1) Convergent. (2) Panneau de MDF. (3) Panneau à caractériser. (4) Pot vibrant avec tête d'impédance. (5) Vibromètre laser à balayage.	138
6.3	Paramètres de la CLT extraits des mesures à $U_\infty = 20 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ (ligne épaisse grise) et à $U_\infty = 40 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ (ligne fine noire) pour ajuster le modèle de Mellen. (a) Vitesse de convection normalisée par la vitesse d'écoulement. (b) Coefficient de décroissance exponentielle α_x dans le sens de l'écoulement. (c) Coefficient de décroissance exponentielle α_y dans le sens transverse à l'écoulement.	141
6.4	Antenne de microphones MEMS montée en soufflerie dans le sens transverse à l'écoulement.	142
6.5	Autospectre de pression pariétale mesuré (dB, ref. $4 \times 10^{-10} \text{ Pa}^2 \cdot \text{Hz}^{-1}$) à $U_\infty = 20 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ (ligne noire) et à $U_\infty = 40 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ (ligne rouge).	142
6.6	Valeur absolue des fonctions de sensibilité au carré $ H_v(\mathbf{x}, \mathbf{k}, f) ^2$ du panneau A (dB, ref. $1 \text{ m}^2 \cdot \text{s}^{-2}$) : (a) suivant k_x et pour $k_y = 0$, (b) suivant k_y et pour $k_x = 0$. $ k_0 $ (ligne continue). k_c pour $U_\infty = 20 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ (ligne en tirets). k_c pour $U_\infty = 40 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ (ligne en pointillés).	143
6.7	Valeur absolue des fonctions de sensibilité au carré $ H_v(\mathbf{x}, \mathbf{k}, f) ^2$ du panneau B (dB, ref. $1 \text{ m}^2 \cdot \text{s}^{-2}$) : (a) suivant k_x et pour $k_y = 0$, (b) suivant k_y et pour $k_x = 0$. $ k_0 $ (ligne continue). k_c pour $U_\infty = 20 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ (ligne en tirets). k_c pour $U_\infty = 40 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ (ligne en pointillés).	144
6.8	Autospectre de vitesse G_{vv} (dB, ref. $1 \text{ m}^2 \cdot \text{s}^{-2} \cdot \text{Hz}^{-1}$) du panneau A : à $U_\infty = 40 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ mesure en soufflerie (ligne orange épaisse) vs. méthode proposée (ligne rouge fine) ; à $U_\infty = 20 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ mesure en soufflerie (ligne grise épaisse) vs. méthode proposée (ligne noire fine).	145

6.9	Autospectre de vitesse G_{vv} (dB, ref. $1 \text{ m}^2 \cdot \text{s}^{-2} \cdot \text{Hz}^{-1}$) du panneau A : à $U_\infty = 40 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ mesure en soufflerie (ligne orange épaisse) vs. méthode proposée (ligne rouge fine) ; à $U_\infty = 20 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ mesure en soufflerie (ligne grise épaisse) vs. méthode proposée (ligne noire fine).	146
A.1	Schéma de la plaque considérée et du repère Cartésien.	155
B.1	Fonctions de sensibilité en vitesse au point \mathbf{x}_M , $ H_v ^2$ (dB, ref. $1 \text{ m}^2 \cdot \text{s}^{-2}$) : interprétation directe (en haut), par caractérisation modale (en bas). (a) $f = 178 \text{ Hz}$. (b) $f = 600 \text{ Hz}$. (c) $f = 1710 \text{ Hz}$. - - -, cercle de rayon k_f . —, cercle de rayon k_0	161
B.2	Transmission loss (dB) : calcul de référence (ligne grise) vs. approche numérique à partir des fonctions de sensibilité modales (ligne noire).	161

LISTE DES SYMBOLES

Symbole	Définition
(x, y, z)	Système de coordonnées Cartésien
$*$	Complexe conjugué
α, α'	Variables représentant v , p ou v_0
$\bar{\alpha}$	Source réciproque de α
α_x, α_y	Coefficients de décroissance exponentielle
β	Angle d'incidence de l'onde plane
c_0	Célérité du son dans l'air
C_f	Coefficient de frottement pariétal
D	Rigidité de flexion
δ	Épaisseur de couche limite turbulente
δ^*	Épaisseur de déplacement
$\delta_{\bar{x}}$	Épaisseur de couche limite turbulente au point \bar{x}
E	Module de Young
ϵ_x, ϵ_y	Séparation suivant x , suivant y
η, η_{mn}	Amortissement structural, modal
f	Fréquence
f_c	Fréquence de coïncidence
F_0	Force injectée dans le fluide
G	Fonction de Green
h_{α/F_n}	Réponse impulsionnelle dans le domaine temporel
H_{α/F_n}	Réponse impulsionnelle dans le domaine fréquentiel
$H_{v/\bar{\alpha}}$	Réponse vibratoire à la source $\bar{\alpha}$
H_{α}	Fonction de sensibilité
H_s	Fonctions de transfert entre le pression acoustique et Q_s
I_{act}	Intensité active
\mathbf{k}	Vecteur nombre d'onde suivant (k_x, k_y)
k_0	Nombre d'onde acoustique
k_c	Nombre d'onde de convection
L_p	Niveau de pression acoustique
$L_{I_{tr}}$	Niveau d'intensité transmise
L, L_x	Dimension du panneau suivant x
l, L_y	Dimension du panneau suivant y
l, L_z	Dimension du panneau suivant z
λ	Longueur d'onde de l'onde plane
N_q	Nombre de points d'observation
N_s	Nombre de sources
N_p	Nombre de points discrétisant le panneau
ν_f	Coefficient de Poisson
ν_f	Coefficient de viscosité dynamique

Symbole	Définition
ω	Pulsation
p	Pression acoustique
\hat{p}	Champ de pression reconstruit
p_{RMS}^2	Pression quadratique
p_b	Pression pariétale en condition de paroi bloquée
$\phi_{mn}(\mathbf{k}, \omega)$	Déformée modale
$\phi_{p_b p_b}(\mathbf{k}, \omega)$	Interspectre adimensionné de pression dans le domaine des nombres d'onde
Π_{inc}	Puissance acoustique incidente
Π_{tr}	Puissance acoustique transmise
Q_s	Amplitude du monopôle
Q_v	Débit volumique
\mathbf{r}	Décalage spatial
$R_{\alpha\alpha'}$	Fonction d'intercorrélation entre α et α'
$R_{p_b p_b}(\mathbf{r}, \tau)$	Fonction d'intercorrélation spatio-temporelle des fluctuations de pression
$[R_{ray}]$	Matrice des résistances de rayonnement
$Re_{\bar{x}}$	Nombre de Reynolds
ρ_0	Densité du fluide
Σ'	Surface de l'antenne
Σ_p	Surface du panneau
Σ_v	Surface virtuelle
$S_{\alpha\alpha'}$	Interspectre entre α et α'
$S_{p_b p_b}(\omega)$	Autospectre de pression pariétale
$S_{p_b p_b}(\mathbf{k}, \omega)$	Interspectre de pression pariétale dans le domaine des nombres d'onde
t	Variable temporelle
τ	Décalage temporel
τ_w	Tension pariétale
θ	Épaisseur de quantité de mouvement
U	Vitesse dans le sens de l'écoulement
U_∞	Vitesse moyenne de l'écoulement
U_c	Vitesse de convection
u_τ	Viscosité de frottement
v	Vitesse vibratoire
v_0	Vitesse particulière
$\mathbf{x}, \tilde{\mathbf{x}}, \tilde{\tilde{\mathbf{x}}}$	Point dans (x, y, z)
\bar{x}	Distance entre le point d'observation et le déclenchement de la couche limite turbulente
\bar{x}_0	Point à partir duquel la couche limite turbulente est totalement développée

Convention pour la transformée de Fourier temporelle :

$$TF[g(t)] = G(\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} g(t)e^{-j\omega t} dt$$
$$TF^{-1}[G(\omega)] = g(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} G(\omega)e^{j\omega t} d\omega$$

Convention pour la transformée de Fourier spatiale :

$$TF[g(x)] = G(k) = \int_{-\infty}^{+\infty} g(x)e^{-jkx} dx$$
$$TF^{-1}[G(k)] = g(x) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} G(k)e^{jkx} dk$$

LISTE DES ACRONYMES

Acronyme	Définition
LVA	Laboratoire Vibrations Acoustique
GAUS	Groupe d'Acoustique de l'Université de Sherbrooke
INSA	Institut National des Sciences Appliquées
CLT (TBL)	Couche Limite Turbulente (Turbulent Boundary Layer)
CAD (DAF)	Champ Acoustique Diffus (Diffuse Acoustic Field)
OPP	Onde Plane Pariétale
TL	Transmission Loss
TF	Transformée de Fourier
EER	Estimation de l'Erreur de Reconstruction
WFS	Wave Field Synthesis
PNAH	Planar Nearfield Acoustic Holography
MEMS	Microelectromechanical systems
CSD	Cross Spectral Density
WPF	Wall-Pressure Fluctuation

CHAPITRE 1

Introduction

1.1 Mise en contexte et problématique

La caractérisation vibro-acoustique de panneaux soumis à des champs de pression aléatoires est d'un intérêt considérable dans de nombreux domaines (acoustique du bâtiment, automobile, aéronautique, acoustique sous-marine, etc.). Un exemple d'excitation aléatoire, que l'on retrouve souvent dans le domaine du transport, est la couche limite turbulente (CLT) qui se développe en paroi d'un véhicule en mouvement. Les fluctuations de pression induites par la CLT excitent les parois du véhicule qui peuvent ensuite rayonner du bruit à l'intérieur de l'habitacle. Dans l'industrie, ce phénomène est étudié de manière expérimentale principalement via des mesures *in situ* ou en tunnel aéro/hydrodynamique, des moyens de mesures qui ont l'inconvénient d'être très coûteux et dont il est difficile de maîtriser tous les paramètres physiques.

Un second exemple de champ de pression aléatoire est le champ acoustique diffus (CAD). Le CAD est majoritairement reproduit dans une chambre réverbérante, qui est souvent couplée à une seconde chambre (anéchoïque ou réverbérante) par l'intermédiaire de la paroi dont on souhaite étudier l'isolation acoustique. Un champ acoustique est supposé diffus si l'intensité des ondes incidentes est équiprobable quel que soit l'angle d'incidence, ce qui est rarement le cas en pratique. Du fait que les parois d'une chambre réverbérante sont généralement réfléchissantes, la cavité a un comportement modal avec une densité modale proportionnelle au carré de la fréquence et au volume de la salle. Sachant qu'un mode acoustique dans une salle peut-être décrit comme une superposition d'ondes planes se propageant dans les trois directions, une forte densité modale justifie la superposition de nombreuses ondes planes d'incidences et d'intensités équiprobables et donc la présence effective d'un champ diffus. Ceci est vérifié en hautes fréquences mais en basses fréquences, en dessous de la fréquence de Schroeder, la densité modale est trop faible pour justifier une description stochastique et le champ reproduit ne correspond pas à un champ diffus (champ de pression marqué par les modes de cavité) [65]. Sachant que la fréquence de Schroeder dépend des propriétés géométriques et acoustiques de la chambre et qu'à cela s'ajoutent des problèmes liés à l'absence d'ondes rasantes [37] ou encore à l'absorption

de l'air qui peut avoir une influence en hautes fréquences pour des grandes salles [65], la reproductibilité des mesures d'un laboratoire à un autre peut être remise en cause.

Au cours des quinze dernières années, plusieurs méthodes ont été proposées pour reproduire les fluctuations de pression pariétale induites par des excitations aléatoires sur des structures planes. La majeure partie des études menées se regroupent autour de la problématique de reproduction de CLT et de CAD et visent à réduire les coûts et/ou améliorer les conditions de test. On peut notamment citer les travaux de Maury et al. [22, 44, 80, 83] ou encore ceux de Robin et al. [97] et Berry et al. [13] dans lesquels des méthodes innovantes basées sur l'utilisation d'un réseau de sources acoustiques sont étudiées. Ces méthodes, présentées plus en détail en section 2.3.3.1, semblent prometteuses, mais se heurtent à des difficultés comme par exemple l'aspect fini de l'antenne qui limite le nombre de sources et donc la bande de fréquence sur laquelle la méthode est applicable. La synthèse utilisant des sources acoustiques se prête bien à la reproduction d'un CAD, mais celle de la CLT est un cas pour lequel la limitation du nombre de sources devient critique. En effet, la longueur d'onde convective à reproduire est toujours plus petite que la longueur d'onde acoustique pour des écoulements subsoniques.

Depuis, différents auteurs ont contribué au développement de ces méthodes, plus particulièrement Aucejo [7] qui propose d'utiliser le principe de l'antenne synthétique pour pallier le problème de limite en nombre de sources. Le concept d'antenne synthétique permet l'utilisation d'une unique source que l'on déplace spatialement pour simuler virtuellement la présence d'un réseau de sources à une étape de post-traitement. L'excitation doit donc être stationnaire pour que le principe de l'antenne soit applicable. À partir de la formulation mathématique du problème aléatoire, Maury et al. [84] montrent que la réponse vibratoire du panneau dépend de deux facteurs : l'interspectre des fluctuations de pression de l'excitation considérée, et d'une fonction appelée « fonction de sensibilité » [69], qui correspond à la réponse du panneau à une onde plane pariétale. Contrairement au CAD, une excitation par CLT peut avoir de fortes contributions en dehors du domaine acoustique. En effet, dans le cas d'un écoulement subsonique (où la vitesse de convection est inférieure à la célérité du son), le nombre d'onde convectif est supérieur au nombre d'onde acoustique. La détermination de la fonction de sensibilité en utilisant un réseau de sources va donc requérir un très grand nombre de sources pour reproduire ces nombres d'onde élevés, d'où l'intérêt d'utiliser le principe de l'antenne synthétique. Cela dit, le temps de calcul ou de mesure peut devenir prohibitif lorsque le nombre de sources augmente. Pour contourner ce problème de temps de calcul, Maxit et Denis [86] proposent une autre méthode pour déterminer la fonction de sensibilité. En se basant sur le principe de réciprocité et à l'aide

de la formulation mathématique de la réponse d'un panneau à une onde plane pariétale, ils démontrent que pour obtenir les fonctions de sensibilité en un point d'un panneau il suffit de faire la transformée de Fourier spatiale de la réponse du panneau excité par une force normale en ce même point.

Ces méthodes alternatives aux moyens d'essais utilisés usuellement s'avèrent prometteuses mais nécessitent encore d'être développées avant d'envisager une implémentation dans les laboratoires et/ou l'industrie. C'est l'objet du projet de recherche présenté dans ce mémoire.

1.2 Définition et objectifs du projet de recherche

Au vu de ce qui a été avancé dans la section précédente, la question de recherche paraît claire : **comment déterminer les fonctions de sensibilité par mesure pour caractériser expérimentalement le comportement vibro-acoustique de panneaux sous champ de pression aléatoire ?**

Plusieurs éléments de réponse ont été exposés dans la littérature. Il s'agira de reprendre une formulation bien définie basée sur la détermination des fonctions de sensibilité qui seront déterminées expérimentalement. Pour ce faire, deux approches seront considérées : la méthode de l'antenne synthétique [8] et celle basée sur différents principes de réciprocité [86]. Pour que cette approche soit pertinente, elle doit pouvoir pallier les problèmes des moyens d'essai existants énoncés plus haut.

L'objectif du projet de recherche est de proposer et de valider une méthode expérimentale permettant de déterminer les fonctions de sensibilité pour caractériser le comportement vibro-acoustique d'un panneau plan excité par un champ de pression aléatoire (CAD et CLT). Cette méthode doit être peu coûteuse et surtout doit garantir une maîtrise des paramètres physiques pour assurer la répétabilité des mesures d'un laboratoire à un autre.

Une validation numérique et expérimentale de cette méthode sera présentée en considérant les deux excitations retenues pour cette étude (le CAD et la CLT), d'abord pour un cas test bien défini puis pour un panneau complexe représentatif des applications industrielles (ceci permettra de mettre en avant l'applicabilité de la mesure dans l'industrie ou dans le monde de la recherche).

1.3 Contributions originales

Les contributions originales de ce travail sont :

- La démonstration d'un principe de réciprocité liant l'effort normal appliqué sur un panneau à la vitesse particulière dans le fluide due au rayonnement acoustique de ce panneau (chapitre 3).
- La validation numérique et expérimentale de différents principes de réciprocité pour déterminer les fonctions de sensibilité d'un « panneau académique » c'est-à-dire une plaque plane simplement supportée sur tous ses bords (chapitre 3).
- Le développement d'une méthode innovante pour déterminer le facteur de perte par transmission en se basant sur les principes de réciprocité dans le milieu acoustique et sa validation expérimentale pour ce panneau académique lorsqu'il est excité par un CAD (chapitre 3).
- L'utilisation de mesures des fluctuations de pression en paroi induites par une CLT reproduite en soufflerie anéchoïque avec un réseau de microphones rotatif pour extraire les paramètres impliqués dans le modèle de Mellen (chapitre 5) et, ainsi, décrire correctement l'excitation.
- La validation numérique et expérimentale d'une méthode reposant sur la formulation mathématique en nombre d'onde du problème pour caractériser le comportement vibro-acoustique d'un panneau excité par un CAD à partir des fonctions de sensibilité du panneau académique obtenues par antenne synthétique et par principe de réciprocité (chapitres 3 et 4).
- La validation expérimentale de cette même méthode basée sur la formulation mathématique pour caractériser le comportement vibratoire d'un panneau excité par une CLT à partir des fonctions de sensibilité du panneau académique obtenues par principe de réciprocité (chapitre 5) puis en considérant un panneau complexe dont les propriétés mécaniques sont inconnues (chapitre 6).

Ces travaux de thèse font l'objet de deux publications en tant qu'auteur principal [76, 77] dans le Journal of the Acoustical Society of America (une acceptée et l'autre soumise). Ils font également l'objet de deux publications en congrès en tant qu'auteur principal : le Congrès Français d'Acoustique 2016 – Le Mans (France) [74] et Internoise 2016, Hambourg (Allemagne) [75]. Des travaux en collaboration avec AeroHydroPLUS, San Diego (CA – États-Unis) visant au développement d'une antenne pariétale de microphones MEMS ont

fait l'objet d'une publication en congrès en tant que co-auteur : SAE International 2017, Paris (France) [113]. Finalement, ils ont également contribué à l'écriture d'un chapitre du livre « Flinovia II - Flow Induced Noise and Vibration Issues and Aspects » qui sera publié prochainement [78].

1.4 Plan du document

Le document est organisé comme suit. Après cette introduction et mise en contexte de l'étude, un état de l'art sur les différentes problématiques énoncées jusque-là est présenté en chapitre 2. Dans cet état de l'art, les éléments suivants apparaissent : une description des deux excitations considérées dans l'étude (le CAD et la CLT), la formulation mathématique du problème de panneaux excités par un champ de pression aléatoire, la définition et les interprétations des fonctions de sensibilité et un état de l'art sur les différentes méthodes proposées dans la littérature visant à reproduire des champs de pression pariétale.

Le chapitre 3 concerne la première publication dans le Journal of the Acoustical Society of America [76] qui présente une étude sur la caractérisation de panneau sous CAD à partir des fonctions de sensibilité déterminées par principe de réciprocité. Il s'agit, dans ce chapitre, de valider numériquement et expérimentalement différents principes de réciprocité (dont un démontré en annexe de l'article) pour déterminer les fonctions de sensibilité. Pour ce faire, un cas test académique est considéré, à savoir une plaque plane simplement supportée sur tous ses bords et excitée par un CAD. La validation est faite sur la base d'une comparaison de différents indicateurs vibro-acoustiques (réponse vibratoire et facteur de perte par transmission) issus de la méthode proposée et issus d'un modèle théorique puis de mesures directes en chambres réverbérante – anéchoïque couplées.

En chapitre 4 est présentée une seconde méthode visant à déterminer les fonctions de sensibilité : la méthode dite de l'antenne synthétique. Cette méthode repose sur l'interprétation directe des fonctions de sensibilité qui consiste à les voir comme la réponse du panneau à des ondes planes pariétales de différents nombres d'onde. Ces ondes planes pariétales sont reproduites à l'aide d'une antenne de sources acoustiques et en utilisant le principe de l'antenne synthétique. Une étude paramétrique est d'abord présentée pour relier les différents paramètres de l'antenne à la longueur d'onde de l'onde plane à reproduire. Une application de la méthode pour déterminer expérimentalement la réponse d'un panneau lorsqu'il est soumis à un CAD est ensuite présentée. Cette méthode est validée numériquement et expérimentalement en considérant le même cas test (plaque plane simplement supportée).

Suite à ces deux chapitres, la méthode qui semble la plus appropriée pour caractériser le comportement d'un panneau sous CLT est retenue : la méthode par réciprocité.

Le chapitre 5 concerne la seconde publication dans le Journal of the Acoustical Society of America [77] qui présente une étude sur la caractérisation de panneaux sous CLT, cette fois-ci, et toujours à partir des fonctions de sensibilité déterminées par la méthode retenue, à savoir celle basée sur le principe de réciprocité. En plus d'un rappel sur les différents concepts présentés dans le chapitre 3, une méthode permettant de caractériser une CLT reproduite expérimentalement en soufflerie anéchoïque à partir d'un réseau de microphones à haute densité est proposée. La méthode par réciprocité est ensuite validée expérimentalement pour le cas test considéré jusque-là en la confrontant à des mesures en soufflerie anéchoïque.

Avant de conclure sur les travaux présentés dans ce mémoire, en chapitre 6, un second type de panneau est considéré pour la caractérisation vibratoire sous CLT. Il s'agit d'un panneau complexe dont les propriétés mécaniques sont volontairement restées inconnues et les conditions aux limites non parfaitement maîtrisées. D'une part, la méthode par réciprocité a été appliquée pour prédire sa réponse vibratoire sous CLT. D'autre part, la réponse vibratoire du panneau a été mesurée sous écoulement en soufflerie anéchoïque. La comparaison des résultats obtenus montre que la méthode par réciprocité permet de prédire de manière précise la réponse vibratoire du panneau.

CHAPITRE 2

État de l'art

Ce chapitre est consacré à l'état de l'art sur les différentes problématiques énoncées en introduction. Chacune des problématiques faisant l'objet d'une étude bibliographique spécifique, la modélisation d'excitations aléatoires est d'abord abordée. La seconde section est consacrée à la formulation mathématique de la réponse vibro-acoustique d'un panneau soumis à une excitation aléatoire. Différentes méthodes expérimentales permettant de caractériser des panneaux sous excitations aléatoires sont ensuite présentées pour enfin conclure sur l'état de l'art.

2.1 Modélisation d'excitations aléatoires

Dans le cadre de cette thèse, deux excitations aléatoires qui sont d'un intérêt considérable dans l'industrie sont étudiées, à savoir l'excitation de type couche limite turbulente (CLT) et le champ acoustique diffus (CAD). Des éléments d'analyse stochastique sont d'abord donnés pour ensuite présenter les modèles décrivant ces excitations.

2.1.1 Éléments d'analyse stochastique

Le système considéré est un panneau plan de surface Σ_p bafflé et avec certaines conditions aux limites. Le panneau sépare un côté émission, où il est excité par un champ de pression aléatoire, d'un côté réception, comme décrit en figure 2.1.

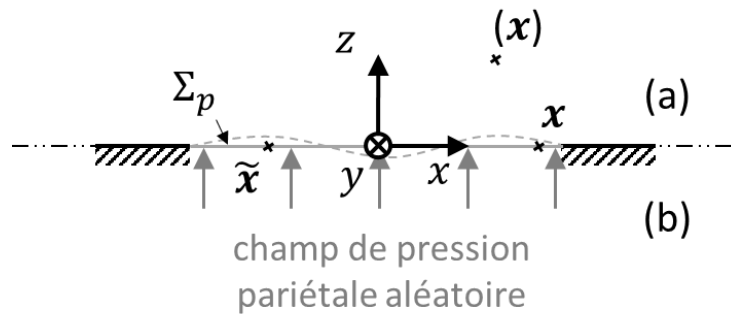


Figure 2.1 Panneau (ligne grise) et système de coordonnées. (a) côté émission ; (b) côté réception.

Une excitation aléatoire ne peut être décrite que par un modèle stochastique. On représente classiquement l'excitation par son moment statistique d'ordre 2 (ou « interspectre »). En faisant l'hypothèse que le champ de pression pariétale p_b est stationnaire en temps et homogène spatialement, la fonction d'intercorrélation spatio-temporelle de pression bloquée $R_{p_b p_b}(\mathbf{r}, \tau)$ peut être définie par [35]

$$R_{p_b p_b}(\mathbf{r}, \tau) = \overline{p_b(\tilde{\mathbf{x}}, t) p_b^*(\tilde{\mathbf{x}} + \mathbf{r}, t + \tau)}, \quad (2.1)$$

où t est la variable temporelle, \mathbf{r} la séparation entre les deux points dans le plan (x, y) , τ le décalage temporel, $\tilde{\mathbf{x}}$ un point d'observation sur le panneau donc dans le plan (x, y) (cf. figure 2.1) et $*$ désigne le complexe conjugué. À noter que p_b désigne la pression excitatrice restreinte à Σ_p et sous l'hypothèse de paroi bloquée, c'est-à-dire la pression acoustique observée en paroi du panneau lorsque celui-ci est rigide. La barre indique une moyenne d'ensemble sur un certain nombre d'évènements. Le champ de pression étant supposé homogène spatialement, la moyenne d'ensemble est invariante suivant le point $\tilde{\mathbf{x}}$. En supposant que le processus est ergodique, les moyennes d'ensemble sont remplacées par des moyennes temporelles. La fonction d'intercorrélation peut ainsi être réécrite sous la forme suivante

$$R_{p_b p_b}(\mathbf{r}, \tau) = \lim_{T \rightarrow +\infty} \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} p_b(\tilde{\mathbf{x}}, t) p_b^*(\tilde{\mathbf{x}} + \mathbf{r}, t + \tau) dt. \quad (2.2)$$

L'excitation est décrite par son interspectre de pression bloquée exprimé soit dans l'espace physique par Transformée de Fourier (TF), soit dans le domaine des nombres d'onde en appliquant également une double TF spatiale. L'interspectre dans le domaine des nombres d'onde est alors donné par

$$S_{p_b p_b}(\mathbf{k}, \omega) = \iint_{\Sigma_p} \int_{-\infty}^{+\infty} R_{p_b p_b}(\mathbf{r}, \tau) e^{-j\omega\tau - j\mathbf{k}\mathbf{r}} d\tau d\mathbf{r}, \quad (2.3)$$

où ω est la pulsation et $\mathbf{k} = k_x x + k_y y$ le vecteur nombre d'onde dans le plan (x, y) . L'autospectre des fluctuations de pression en condition de paroi bloquée peut être obtenu en considérant la transformée de Fourier inverse de l'interspectre dans le domaine des nombres d'onde (aussi donnée en équation (3.9)) :

$$S_{p_b p_b}(\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} R_{p_b p_b}(\mathbf{r} = 0, \tau) e^{-j\omega\tau} d\tau = \frac{1}{4\pi^2} \iint_{-\infty}^{+\infty} S_{p_b p_b}(\mathbf{k}, \omega) d\mathbf{k}. \quad (2.4)$$

2.1.2 Modélisation d'un champ acoustique diffus

Par définition un CAD est un champ acoustique idéalisé dans lequel des ondes planes acoustiques décorréées de même amplitude se propagent dans toutes les directions de manière équiprobable. Le niveau de pression acoustique dans un CAD est théoriquement identique en tout point de l'espace. En pratique, il est difficile de reproduire parfaitement ce type de champ, ce qui explique notamment les différences entre les résultats d'un modèle théorique et ceux issus d'expériences en laboratoire (en chambre réverbérante). C'est la raison pour laquelle certains auteurs [11, 47] préconisent de ne pas prendre en compte, dans un modèle numérique, les ondes incidentes comprise entre 78° et 90° par rapport à la normale à la paroi pour les problèmes de transmission. Cette recommandation, très couramment appliquée [47, 67], est empirique. Elle provient de tests successifs et l'objectif est uniquement de faire correspondre les modèles théoriques aux résultats expérimentaux.

2.1.2.1 Interspectre des fluctuations de pression pariétale

La fonction d'intercorrélation spatio-temporelle d'un CAD est donnée par [93]

$$R_{p_b p_b}(\mathbf{r}, \tau) = \frac{c_0}{2|\mathbf{r}|} \int_{\tau-|\mathbf{r}|/c_0}^{\tau+|\mathbf{r}|/c_0} R_0(t) dt, \quad (2.5)$$

où c_0 est la célérité des ondes acoustiques dans le fluide et $R_0(t) = A^2(\omega) \cos(\omega t)$ est la fonction d'autocorrélation du signal porté par les ondes planes d'amplitude A qui composent le CAD. La fonction d'intercorrélation ainsi obtenue s'écrit

$$R_{p_b p_b}(\mathbf{r}, \tau) = A^2(\omega) \frac{\sin(k_0 |\mathbf{r}|)}{k_0 |\mathbf{r}|} \cos(\omega \tau), \quad (2.6)$$

où $k_0 = \omega/c_0$ est le nombre d'onde acoustique. L'interspectre de pression pariétale dans le domaine spatial se déduit par TF [66, 93]

$$S_{p_b p_b}(\mathbf{r}, \omega) = S_{p_b p_b}(\omega) \frac{\sin(k_0 |\mathbf{r}|)}{k_0 |\mathbf{r}|}. \quad (2.7)$$

où $S_{p_b p_b}(\omega)$ est l'autospectre de pression pariétale du CAD et correspond à $A^2(\omega)$. Et finalement, l'interspectre de pression pariétale dans le domaine des nombres d'onde est

obtenu par double TF spatiale [3] :

$$S_{p_b p_b}(\mathbf{k}, \omega) = \begin{cases} \frac{2\pi}{k_0} \frac{S_{p_b p_b}(\omega)}{\sqrt{k_0^2 - |\mathbf{k}|^2}} & \text{si } |\mathbf{k}| < k_0 \\ 0 & \text{si } |\mathbf{k}| \geq k_0 \end{cases}, \quad (2.8)$$

où $|\mathbf{k}| = \sqrt{k_x^2 + k_y^2}$.

2.1.2.2 Suppression des ondes rasantes

Supprimer les ondes rasantes revient à modifier les bornes d'intégration dans le calcul de la fonction d'intercorrélation qui devient [37]

$$\begin{aligned} R_{p_b p_b}(\mathbf{r}, \tau) &= \frac{c_0}{2|\mathbf{r}|} \int_{\tau - |\mathbf{r}|/c_0 \sin \beta}^{\tau + |\mathbf{r}|/c_0 \sin \beta} A^2(\omega) \cos(\omega t) dt \\ &= A^2(\omega) \frac{\sin(k_0 |\mathbf{r}| \sin \beta)}{k_0 |\mathbf{r}|} \cos(\omega \tau) \end{aligned} \quad (2.9)$$

β étant l'angle entre l'onde incidente et la normale à la paroi. Afin de garantir un autospectre constant quel que soit β , la fonction d'intercorrélation est normalisée en la divisant par $\sin \beta$. Les interspectres de pression pariétale dans le domaine spatial et le domaine des nombres d'onde sont respectivement donnés par

$$S_{p_b p_b}(\mathbf{r}, \omega) = S_{p_b p_b}(\omega) \frac{\sin(k_0 |\mathbf{r}| \sin \beta)}{k_0 |\mathbf{r}| \sin \beta} \quad (2.10)$$

et

$$S_{pp}(\mathbf{k}, \omega) = \begin{cases} \frac{2\pi}{k_0 \sin \beta} \frac{S_{p_b p_b}(\omega)}{\sqrt{(k_0 \sin \beta)^2 - |\mathbf{k}|^2}} & \text{si } |\mathbf{k}| < k_0 \sin \beta \\ 0 & \text{si } |\mathbf{k}| \geq k_0 \sin \beta \end{cases} \quad (2.11)$$

À noter qu'en prenant $\beta = 90^\circ$, les ondes provenant de toutes les directions sont prises en compte et la formulation de l'interspectre de pression pariétale donné en équation (2.8) est retrouvée. La figure 2.2 montre également que le modèle est physiquement acceptable puisqu'en supprimant les ondes rasantes, il n'y a plus d'énergie provenant des ondes de nombre d'onde k_0 ce qui se traduit par un interspectre de pression nul en k_0 et un interspectre non nul pour les nombres d'onde inférieurs à $k_0 \sin(\beta)$ correspondant à la projection sur la paroi de l'onde « la plus rasante ».

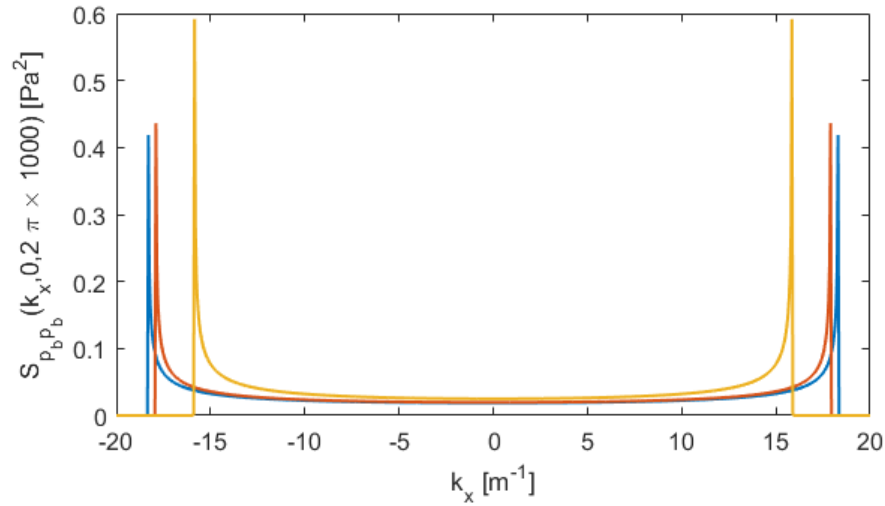


Figure 2.2 Interspectre de pression pariétale d'un CAD $S_{pp}(k_x, \omega)$ à 1000 Hz, donc $k_0 \approx 18 \text{ m}^{-1}$ ($S_{p_b p_b}(\omega) = 1 \text{ Pa}^2 \cdot \text{s} \cdot \text{rad}^{-1}$) : $\beta = 90^\circ$ ligne bleue ; $\beta = 78^\circ$ ligne rouge ; $\beta = 60^\circ$ ligne jaune.

2.1.3 Modélisation d'une couche limite turbulente

À l'heure actuelle, aucun modèle analytique ne permet de prédire de manière exacte les fluctuations de pression induites par une CLT reproduite expérimentalement. Cependant, différents modèles empiriques qui relient les fluctuations de pression pariétale aux paramètres de la couche limite sont donnés dans la littérature. Dans un premier temps, les paramètres de l'écoulement qui interviennent dans différents modèles sont présentés pour ensuite donner une liste non exhaustive des principaux modèles d'auto- et interspectres qui ont été établis jusque-là.

2.1.3.1 Description et paramètres d'une couche limite turbulente

Lorsqu'un objet se déplace dans un fluide à une vitesse U_∞ (ou inversement qu'un fluide s'écoule le long d'une paroi à cette même vitesse), la viscosité du fluide va entraîner un frottement entre la couche collée à la paroi, dont la vitesse est nulle, et la couche juste au dessus et ainsi de suite pour les couches supérieures. La couche la plus lente tend à freiner la couche la plus rapide qui, en retour, tend à l'accélérer. Une couche limite est en train de se développer, dont la nature (laminaire ou turbulente) dépend du nombre de Reynolds. À la transition entre l'écoulement laminaire et l'écoulement turbulent, des tourbillons de dimensions variables vont se former dans le fluide entraînant ainsi des impacts au niveau

de la structure de force et à localisation variables. C'est ce que tentent de décrire plusieurs modèles à travers l'interspectre des fluctuations de pression en paroi.

L'étude de CLT nécessite la connaissance de paramètres caractéristiques à l'écoulement qui sont rappelés dans cette section (pour plus de détails, voir [36, 105]).

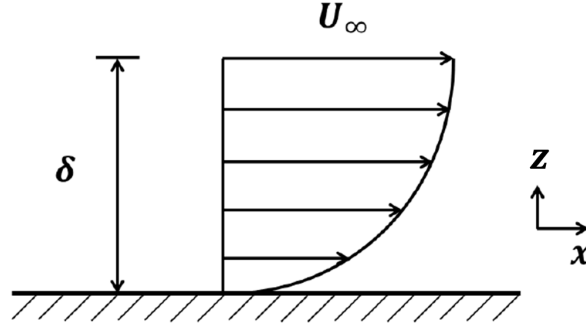


Figure 2.3 Profil de vitesse ($U(z)$) et épaisseur de couche limite (δ) [14].

Une CLT est caractérisée par la vitesse d'écoulement U_∞ à l'extérieur de la zone visqueuse et par son épaisseur de couche δ qui correspond à la distance entre la paroi et la hauteur à laquelle la vitesse atteint 99% de la vitesse d'écoulement (cf. figure 2.3) :

$$U(z = \delta) = 0.99 U_\infty. \quad (2.12)$$

Si l'on ne dispose pas de connaissance *a priori* sur le profil de l'écoulement, une bonne approximation de l'épaisseur de couche limite peut être obtenue à partir du nombre de Reynolds $Re_{\bar{x}}$ défini par

$$Re_{\bar{x}} = \frac{U_\infty \bar{x}}{\nu_f}, \quad (2.13)$$

où ν_f est le coefficient de viscosité dynamique et \bar{x} est la distance entre le point d'observation et le déclenchement de la couche limite. L'évolution de l'épaisseur de couche $\delta_{\bar{x}}$ en fonction de \bar{x} peut être estimée par

$$\delta_{\bar{x}} = \frac{0.16 \bar{x}}{Re_{\bar{x}}^{-1/7}}. \quad (2.14)$$

En supposant que la CLT doit être pleinement développée et homogène spatialement, l'épaisseur caractéristique δ peut être estimée en cherchant la distance \bar{x}_0 à partir de laquelle l'épaisseur de couche limite varie de moins d'un certain pourcentage P le long du panneau. La distance \bar{x}_0 est la distance à partir de laquelle l'inéquation suivante est

vérifiée

$$\delta_{\bar{x}_0+L} - \delta_{\bar{x}_0} < P\delta_{\bar{x}_0+L}. \quad (2.15)$$

où L est la dimension du panneau suivant x . L'épaisseur caractéristique δ peut donc être obtenue en injectant \bar{x}_0 dans l'équation (2.14). Un second paramètre intervenant dans la caractérisation de CLT est la vitesse de frottement u_τ dans le fluide qui s'obtient par

$$u_\tau = U_\infty \sqrt{\frac{C_f(\bar{x}_0)}{2}} \quad (2.16)$$

où

$$C_f(\bar{x}) = 0.35 \log_{10}(Re_{\bar{x}})^{-2.58}, \quad (2.17)$$

est le coefficient de frottement pariétal. La vitesse de frottement peut être reliée à la tension pariétale $\tau_w = \rho_0 u_\tau^2$ (où ρ_0 est la densité du fluide) qui caractérise la force de frottement exercée par l'écoulement sur la paroi. Une autre grandeur caractéristique pour définir une CLT est la vitesse de convection U_c qui correspond à la vitesse de déplacement de tourbillons de dimensions variables. Plusieurs modèles existent pour définir la vitesse de convection [95] et celui le plus couramment employé l'exprime en fonction de la vitesse moyenne de l'écoulement à travers une constante K_1 variant entre 0.6 et 0.8 [27, 109, 114]

$$U_c = K_1 U_\infty. \quad (2.18)$$

Robert [95] propose dans son mémoire de thèse des modèles plus élaborés prenant en compte la dépendance en fréquence de la vitesse de convection.

Finalement, l'épaisseur de couche limite peut être décrite à travers l'épaisseur de déplacement δ^* et l'épaisseur de quantité de mouvement θ . L'épaisseur de déplacement correspond au déplacement effectif de la couche fluide à l'extérieur de la couche limite et est donnée par :

$$\delta^* = \int_0^\delta \left(1 - \frac{U(z)}{U_\infty}\right) dz. \quad (2.19)$$

L'épaisseur de quantité de mouvement, quant à elle, correspond à la perte de quantité de mouvement dans la couche limite et se calcule de la façon suivante

$$\theta = \int_0^\delta \frac{U(z)}{U_\infty} \left(1 - \frac{U(z)}{U_\infty}\right) dz. \quad (2.20)$$

Pour un écoulement sur une plaque plane, la CLT peut être décrite par des valeurs approchées obtenues à partir des relations suivantes [36, 105]

$$\frac{\delta^*}{\delta} = \frac{1}{n+1} \quad ; \quad \frac{\theta}{\delta} = \frac{n}{(n+1)(n+2)} \quad ; \quad \frac{U(z)}{U_\infty} = \left(\frac{z}{\delta}\right)^{1/n}, \quad (2.21)$$

où n est une constante ayant une valeur entre 7 et 8 selon les plages de nombre de Reynolds [105].

2.1.3.2 Autospectres et interspectres des fluctuations de pression pariétale

Les équations (2.3) et (2.4) ont fait l'objet de nombreuses études expérimentales et théoriques dans le cas de l'excitation CLT depuis les années 1960. La difficulté de mesure d'interspectre des fluctuations de pression pariétale a conduit à une écriture sous forme générale avec une composante fréquentielle (l'autospectre $S_{p_b p_b}(\omega)$) et une composante exprimée dans le domaine des nombres d'onde (l'interspectre adimensionné $\phi_{p_b p_b}(\mathbf{k}, \omega)$) [25, 61, 62]

$$S_{p_b p_b}(\mathbf{k}, \omega) = S_{p_b p_b}(\omega) \left(\frac{U_c}{\omega}\right)^2 \phi_{p_b p_b}(\mathbf{k}, \omega). \quad (2.22)$$

Par la suite, une liste non exhaustive des modèles d'autospectre et d'interspectre des fluctuations de pression pariétale est présentée (voir également [7, 14, 26, 89] pour une liste plus complète). La plupart des modèles sont établis pour des structures planes, rigides et lisses, de manière à ce que la structure ne modifie pas le comportement de la couche limite.

2.1.3.2.1 Modèle d'autospectre de pression pariétale

Les modèles d'autospectre d'une CLT ont majoritairement été établis à partir de courbes expérimentales obtenues par mesures en tunnel aéro/hydrodynamique [10, 18, 31, 72]. Sans entrer dans les détails, on peut citer des modèles plus anciens comme ceux d'Efmintsov [42] (1984), de Chase [28] (1987) ou encore d'Astolfi [6] (1993).

Hwang et al. [62] ont montré que le modèle Goody [54] correspondait mieux à la majeure partie des mesures d'autospectre sous écoulement sans gradient de pression, du fait qu'il soit basé sur un grand nombre de données expérimentales. Les tendances du spectre sont approchables suivant trois gammes de fréquences avec une évolution en ω^2 en basses

fréquences, en $\omega^{-0.7}$ entre les moyennes et hautes fréquences et en ω^{-5} pour les hautes fréquences. En prenant le modèle de Goody comme référence, la figure 2.4 montre qu'aucun des modèles cités plus haut ne permet d'approcher toutes les tendances. Cela-dit, le modèle de Smol'yakov [108] offre un bon accord par rapport au modèle de Goody et présente bien les trois tendances fréquentielles. Les seules différences sont que le maximum est décalé vers les hautes fréquences et les niveaux sont sous-estimés en basses fréquences. Ces deux modèles, qui sont les plus récents, sont décrits en détails par la suite. À noter également que Berton [14] a montré dans son mémoire de thèse qu'il était possible de prendre en compte l'effet d'un gradient de pression adverse en utilisant le modèle de Rozenberg [103].

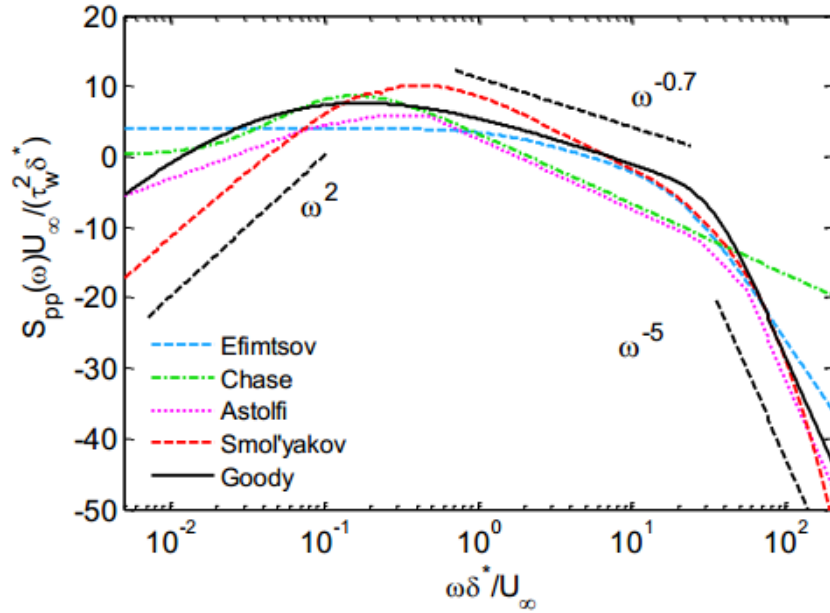


Figure 2.4 Comparaison de différents modèles d'autospectre ($10 \log_{10}(S_{pp})$) [14].

Modèle de Smol'yakov (2000)

Smol'yakov [108] se base sur des données expérimentales publiées dans la littérature par divers groupes de recherche et sur une méthode théorique pour proposer un modèle dépendant du nombre de Reynolds $Re_\theta = U_\infty \theta / \nu_f$ et construit suivant trois régions fréquentielles

définies par rapport à $\bar{\omega} = \omega \nu_f / u_\tau^2$ et pour $Re_\theta > 1000$:

$$\frac{S_{p_b p_b}(\omega)}{\rho_0^2 u_\tau^2 \nu_f} = \begin{cases} 1.49 \times 10^{-5} Re_\theta^{2.74} \bar{\omega}^2 (1 - 0.117 \bar{\omega}^{0.5} Re_\theta^{0.44}) & \text{si } \bar{\omega} < \bar{\omega}_0 \\ 2.75 \bar{\omega}^{-1.11} \left(1 - 0.82 e^{-0.51 \left(\frac{\bar{\omega}}{\bar{\omega}_0} - 1 \right)} \right) & \text{si } \bar{\omega}_0 < \bar{\omega} < 0.2 \\ (38.9 e^{-8.35 \bar{\omega}} + 18.6 e^{-3.5 \bar{\omega}} + 0.31 e^{-2.14 \bar{\omega}}) \left(1 - 0.82 e^{-0.51 \left(\frac{\bar{\omega}}{\bar{\omega}_0} - 1 \right)} \right) & \text{si } \bar{\omega} < 0.2 \end{cases} \quad (2.23)$$

où $\bar{\omega}_0 = 49.35 Re_\theta^{-0.88}$.

Modèle de Goody(2004)

Le modèle de Goody [54] se base sur des données expérimentales pour des écoulements sans gradient de pression et principalement dans l'air. Il fait partie des modèles les plus récents et prend en compte les effets du nombre de Reynolds, qui est à l'origine de la décroissance des niveaux en hautes fréquences, à travers le paramètre $R_T = \frac{u_\tau^2 \delta}{\nu_f U_\infty}$. Le modèle de Goody est exprimé analytiquement de la manière suivante

$$S_{p_b p_b}(\omega) = \frac{3 \rho_0^2 u_\tau^4 \delta \left(\frac{\omega \delta}{U_\infty} \right)^2}{U_\infty \left(\left[0.5 + \left(\frac{\omega \delta}{U_\infty} \right)^{0.75} \right]^{3.7} + \left[1.1 R_T^{-0.57} \left(\frac{\omega \delta}{U_\infty} \right) \right]^7 \right)}. \quad (2.24)$$

Goody indique que ce modèle est valable pour $1400 < Re_\theta < 23400$.

2.1.3.2.2 Modèles d'interspectres de pression pariétale

Les modèles d'interspectre de fluctuations de pression pariétale permettent d'évaluer les corrélations spatiales à l'intérieur d'une CLT. Ces grandeurs ont pu être déterminées expérimentalement à l'aide de membranes vibrantes [79] ou en utilisant des microphones affleurants à la paroi [1, 48, 73]. La figure 2.5 représente de manière schématique un interspectre des fluctuations de pression pariétale dans l'espace des nombres d'onde dans le cas d'un écoulement subsonique ($U_c < c_0$). On distingue trois régions :

- région convective : définie autour du pic convectif ($k_c = \frac{\omega}{U_c}$),

- région intermédiaire : entre le nombre d'onde convectif k_c et le nombre d'onde acoustique k_0 ,
- région acoustique : définie pour tous les $|\mathbf{k}| \leq k_0$.

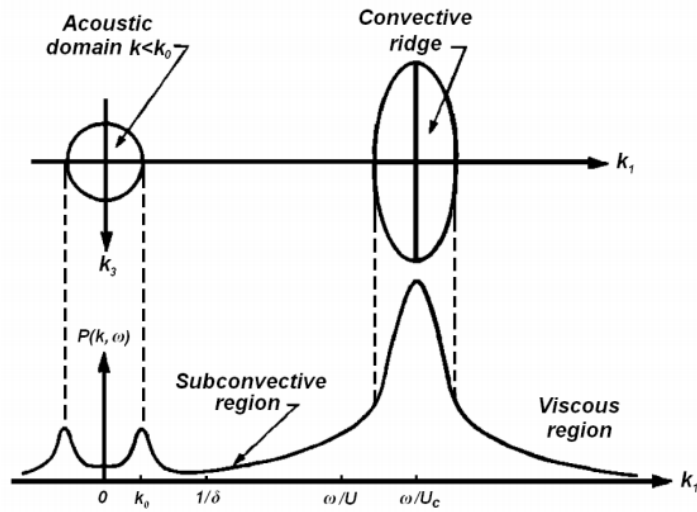


Figure 2.5 Représentation schématique d'un interspectre de pression pariétale dans la direction de l'écoulement (ici k_1) [60].

La plus forte contribution énergétique provient de la convection de la masse fluide et se situe autour du nombre d'onde convectif. La contribution acoustique est, quant à elle, énergétiquement plus faible. Dans ce domaine, ce sont les effets de compressibilité du fluide qui dominent. Certaines études sur la prise en compte de la compressibilité du fluide ont montré qu'une singularité apparaissait autour du nombre d'onde acoustique se traduisant par un pic [28]. Si toutefois l'hypothèse d'incompressibilité du fluide est préférée, le théorème de Kraichnan-Phillips [68, 91] énonce que l'amplitude de l'interspectre tend vers zéro quand \mathbf{k} tend vers zéro.

Plusieurs auteurs ont proposé leur modèle d'interspectre des fluctuations de pression d'une CLT, comme par exemple Efimtsov [41] (1982) ou encore Smol'yakov et Tkachenko [109] (1991). Sont présentés par la suite les modèles de Corcos et Mellen pour leurs avantages d'être facilement ajustables à des mesures et le modèle de Chase car, contrairement à la majeure partie des modèles proposés dans la littérature, c'est un modèle analytique.

Modèle de Corcos (1963)

Le modèle de Corcos [33] est le premier modèle d'interspectre des fluctuations de pression à avoir été proposé. S'il présente les avantages de bien estimer la valeur du pic convectif et d'être d'une expression très simplifiée, il a le désavantage de surestimer de 20 à 40 dB le domaine acoustique à cause de la décroissance en forme de losange autour du pic convectif (cf. figure 2.6) liée à l'hypothèse de séparabilité suivant x et y . Le modèle de Corcos adimensionné exprimé dans le domaine des nombres d'onde (en accord avec l'équation (2.22)) s'écrit :

$$\phi_{p_b p_b}(\mathbf{k}, \omega) = \frac{4\alpha_x \alpha_y}{\left[\alpha_x^2 + \left(1 - \frac{k_x}{k_c}\right)^2 \right] \left[\alpha_y^2 + \left(\frac{k_y}{k_c}\right)^2 \right]}, \quad (2.25)$$

où (α_x, α_y) représentent les taux de décroissance de la cohérence spatiale suivant x et y , respectivement et dont les valeurs sont souvent fixées à $(0.116, 0.7)$ [114].

Modèle de Chase (1987)

Chase a proposé un premier modèle [27] en 1980 en s'appuyant uniquement sur des développements analytiques basés sur l'équation de Poisson. Contrairement au modèle de Corcos, son premier modèle respecte le théorème de Kraichnan-Phillips, mais ne prend pas en compte les effets de compressibilité du fluide. Pour pallier ce problème, Chase propose un second modèle [28] qui représente mieux le domaine des bas nombres d'onde (cf. figure 2.6), mais surestime la valeur du pic convectif d'environ 10 dB et est beaucoup plus difficile à modéliser du fait qu'il fait intervenir des paramètres de la CLT parfois compliqués à estimer.

$$\phi_{p_b p_b}(\mathbf{k}, \omega) = \frac{(2\pi)^3 \rho_0^2 u_\tau^3 k_c^2}{S_{pp}(\omega) [K^2 + (b\delta)^{-2}]^{5/2}} \left[\frac{C_M k_x^2 \bar{k}^2}{|\bar{k}^2 - k_0^2| + \epsilon^2 k_0^2} + \right. \\ \left. C_T \bar{k}^2 \frac{K^2 + (b\delta)^{-2}}{\bar{k}^2 + (b\delta)^{-2}} \left(c_1 + \frac{c_2 |\bar{k}^2 - k_0^2|}{\bar{k}^2} + \frac{c_3 \bar{k}^2}{|\bar{k}^2 - k_0^2| + \epsilon^2 k_0^2} \right) \right], \quad (2.26)$$

avec $K^2 = \left(\frac{\omega - k_x U_c}{h u_\tau} \right)^2 + \bar{k}^2$; $\bar{k}^2 = k_x^2 + k_y^2$; $\epsilon = \sqrt{\frac{\pi}{2k_0 L}}$; $b = 0.75$; $c_1 = 2/3$, $c_2 = c_3 = 1/6$ et $h = 3$.

Modèle de Mellen (1993)

Le modèle de Mellen [88] est une réadaptation du modèle de Corcos. La séparation des composantes en x et y dans le modèle de Corcos amène une forme en losange du pic convectif dans le domaine des nombres d'onde. Le modèle de Mellen, par combinaison des deux composantes, fournit une forme ovale du pic dans le domaine des nombres d'onde. Cette représentation semble plus adéquate par rapport aux mesures existantes, et le niveau dans la région des bas nombres d'onde est alors mieux représenté (ou moins surestimé), voir en figure 2.6. Il est également facile à modéliser, mais surestime légèrement la valeur du pic convectif.

$$\phi_{p_b p_b}(\mathbf{k}, \omega) = \frac{2\pi (\alpha_x \alpha_y k_c^3)^2}{[(\alpha_x \alpha_y k_c^2)^2 + (\alpha_x k_c k_y)^2 + (\alpha_y k_c)^2 (k_c - k_x)^2]^{3/2}}, \quad (2.27)$$

où $(\alpha_x, \alpha_y) = (0.116, 0.7)$ [88]. À noter que les paramètres de décroissance exponentielle impliqués dans les modèles de Corcos et Mellen peuvent être modifiés pour faire correspondre les modèles à des mesures sous écoulement.

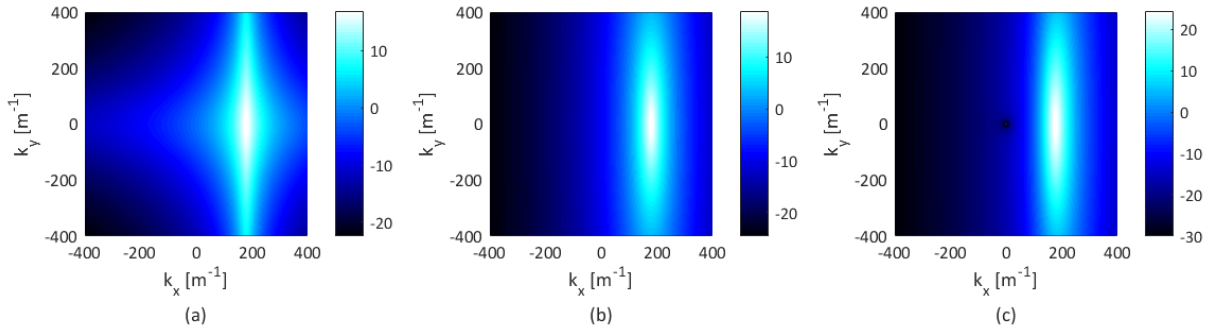


Figure 2.6 Interspectre adimensionnée des fluctuations de pression pariétale $\phi_{p_b p_b}(\mathbf{k}, \omega)$ d'une CLT, pour une vitesse d'écoulement de 50 m.s^{-1} et exprimé dans le domaine des nombres d'onde à 1000 Hz (dB) : (a) modèle de Corcos $(\alpha_x, \alpha_y) = (0.7, 0.116)$; (b) modèle de Mellen $(\alpha_x, \alpha_y) = (0.7, 0.116)$; (c) modèle de Chase.

2.2 Modélisation du comportement vibro-acoustique d'un panneau soumis à une excitation aléatoire

La théorie des vibrations aléatoires [38] permet d'exprimer différentes quantités physiques par leurs autospectres et/ou interspectres. Soient les points \mathbf{x} appartenant au panneau ou

au milieu acoustique et $\tilde{\mathbf{x}}$ appartenant au panneau (cf. figure 2.1) définis dans le système de coordonnées Cartésien (x, y, z) , et $p_b(\tilde{\mathbf{x}}, t)$ le champ de pression pariétale exercé par l'excitation aléatoire considérée en condition de paroi bloquée. La réponse du panneau au point \mathbf{x} s'exprime comme un produit de convolution [84]

$$\alpha(\mathbf{x}, t) = \int_{\Sigma_p} \int_{-\infty}^{\infty} h_{\alpha/F_n}(\mathbf{x}, \tilde{\mathbf{x}}, t - \tilde{\tau}) p_b(\tilde{\mathbf{x}}, \tilde{\tau}) d\tilde{\tau} d\tilde{\mathbf{x}}, \quad (2.28)$$

où α peut représenter la vitesse vibratoire v , la pression acoustique p ou la vitesse particulaire v_0 et $h_{\alpha/F_n}(\mathbf{x}, \tilde{\mathbf{x}}, t)$ est la réponse impulsionnelle (en terme de vitesse vibratoire, pression acoustique ou vitesse particulaire) au point \mathbf{x} pour un effort normal unitaire appliqué au point $\tilde{\mathbf{x}}$. En supposant que le processus aléatoire est ergodique, la fonction d'intercorrélation $R_{\alpha\alpha'}(\mathbf{x}, t)$ est calculée comme suit

$$R_{\alpha\alpha'}(\mathbf{x}, t) = \int_{-\infty}^{\infty} \alpha(\mathbf{x}, \tau) \alpha'(\mathbf{x}, t + \tau) d\tau, \quad (2.29)$$

où α' peut également représenter v , p ou v_0 . L'interspectre $S_{\alpha\alpha'}(\mathbf{x}, \omega)$ correspond à la TF de la fonction d'intercorrélation et s'écrit

$$S_{\alpha\alpha'}(\mathbf{x}, \omega) = \iint_{\Sigma_p} \iint_{\Sigma_p} H_{\alpha/F_n}(\mathbf{x}, \tilde{\mathbf{x}}, \omega) H_{\alpha'/F_n}^*(\mathbf{x}, \tilde{\tilde{\mathbf{x}}}, \omega) S_{p_b p_b}(\tilde{\mathbf{x}}, \tilde{\tilde{\mathbf{x}}}, \omega) d\tilde{\mathbf{x}} d\tilde{\tilde{\mathbf{x}}}, \quad (2.30)$$

avec $H_{\alpha/F_n}(\mathbf{x}, \tilde{\mathbf{x}}, \omega)$ la réponse en fréquence du panneau (en terme de vitesse vibratoire, pression acoustique ou vitesse particulaire) au point \mathbf{x} lorsqu'il est excité par un effort normal F_n au point $\tilde{\mathbf{x}}$ (ou en un second point $\tilde{\tilde{\mathbf{x}}}$ appartenant également au panneau). $S_{p_b p_b}(\tilde{\mathbf{x}}, \tilde{\tilde{\mathbf{x}}}, \omega)$ est l'interspectre de pression pariétale de l'excitation considérée dans le domaine spatial. De nombreuses études se sont basées sur cette formulation [9, 20, 39, 50, 51, 55, 56, 95, 111] qui est très coûteuse en temps de calcul et/ou mesure car elle requiert le calcul de deux intégrales sur la surface Σ_p et la détermination numérique ou expérimentale d'un ensemble de fonctions de transfert H_{α/F_n} pour plusieurs points d'excitation $\tilde{\mathbf{x}}$ et $\tilde{\tilde{\mathbf{x}}}$. Pour pallier ce problème, la formulation en nombres d'onde a été introduite [84]. Elle s'obtient en appliquant une double TF spatiale de chacun des termes dans l'équation (2.30) :

$$S_{\alpha\alpha'}(\mathbf{x}, \omega) = \frac{1}{4\pi^2} \iint_{-\infty}^{\infty} H_{\alpha}(\mathbf{x}, \mathbf{k}, \omega) H_{\alpha'}^*(\mathbf{x}, \mathbf{k}, \omega) S_{p_b p_b}(\mathbf{k}, \omega) d\mathbf{k}, \quad (2.31)$$

où $\mathbf{k} = (k_x, k_y)$ est le nombre d'onde spatial défini dans le plan (x, y) et

$$H_\alpha(\mathbf{x}, \mathbf{k}, \omega) = \iint_{\Sigma_p} H_{\alpha/F_n}(\mathbf{x}, \tilde{\mathbf{x}}, \omega) e^{-j\mathbf{k}\tilde{\mathbf{x}}} d\tilde{\mathbf{x}} \quad (2.32)$$

est la double TF spatiale de $H_{\alpha/F_n}(\mathbf{x}, \tilde{\mathbf{x}}, \omega)$, la variable d'intégration étant $\tilde{\mathbf{x}}$ le point d'excitation. Les fonctions $H_\alpha(\mathbf{x}, \mathbf{k}, \omega)$ sont appelées fonctions de sensibilité [30] et caractérisent le comportement vibro-acoustique du panneau.

De la même manière, l'interspectre entre deux points \mathbf{x} et \mathbf{x}' peut être exprimé en considérant une même grandeur physique α par

$$S_{\alpha\alpha}(\mathbf{x}, \mathbf{x}', \omega) = \frac{1}{4\pi^2} \iint_{-\infty}^{\infty} H_\alpha(\mathbf{x}, \mathbf{k}, \omega) H_\alpha^*(\mathbf{x}', \mathbf{k}, \omega) S_{p_b p_b}(\mathbf{k}, \omega) d\mathbf{k}. \quad (2.33)$$

Cette formulation en nombre d'onde permet une séparation explicite entre les contributions de l'excitation et le comportement vibro-acoustique du panneau. En supposant que l'excitation est connue (définie par un modèle présenté dans la section précédente, par exemple), il suffit de déterminer les fonctions de sensibilité pour caractériser le comportement vibro-acoustique du panneau sous l'excitation considérée.

2.2.1 Réponse vibro-acoustique

L'interspectre de vitesse entre deux points \mathbf{x} et \mathbf{x}' du panneau ($z = 0$) peut donc être exprimé dans le domaine des nombres d'onde par

$$S_{vv}(\mathbf{x}, \mathbf{x}', \omega) = \frac{1}{4\pi^2} \iint_{-\infty}^{\infty} H_v(\mathbf{x}, \mathbf{k}, \omega) H_v^*(\mathbf{x}', \mathbf{k}, \omega) S_{p_b p_b}(\mathbf{k}, \omega) d\mathbf{k}, \quad (2.34)$$

et l'autospectre de vitesse au point \mathbf{x} par

$$S_{vv}(\mathbf{x}, \omega) = \frac{1}{4\pi^2} \iint_{-\infty}^{\infty} |H_v(\mathbf{x}, \mathbf{k}, \omega)|^2 S_{p_b p_b}(\mathbf{k}, \omega) d\mathbf{k}. \quad (2.35)$$

De la même manière, l'interspectre entre la vitesse particulière et la pression rayonnée au point \mathbf{x} est donné par :

$$S_{pv_0}(\mathbf{x}, \omega) = \frac{1}{4\pi^2} \iint_{-\infty}^{\infty} H_p(\mathbf{x}, \mathbf{k}, \omega) H_{v_0}^*(\mathbf{x}, \mathbf{k}, \omega) S_{p_b p_b}(\mathbf{k}, \omega) d\mathbf{k}. \quad (2.36)$$

Les équations (2.35) et (2.36) montrent que le panneau agit comme un filtre sur l'excitation [84]. Cet effet de filtrage va permettre de limiter l'intégration à nombre fini de couples de nombres d'onde (k_x, k_y) . Finalement, en déterminant la fonction de sensibilité en un point \mathbf{x} , l'autospectre de vitesse ou l'interspectre pression/vitesse particulière peuvent être estimés en ce même point pour tout type d'excitation aléatoire (champ diffus, couche limite turbulente, etc.). La détermination expérimentale de la fonction de sensibilité va donc constituer une des problématiques principales de cette étude.

2.2.2 Fonction de sensibilité

Deux interprétations peuvent être dégagées de l'équation (2.32). L'interprétation directe consiste à voir la fonction de sensibilité H_α comme étant la réponse du panneau au point \mathbf{x} lorsqu'il est excité par une onde plane pariétale (OPP) d'amplitude unitaire et de nombre d'onde $-\mathbf{k}$, représentée par le terme $e^{-j\mathbf{k}\tilde{\mathbf{x}}}$ et par l'intégrale sur la surface. Si la fonction de sensibilité $H_v(\mathbf{x}, \mathbf{k}, \omega)$ est à déterminer, il s'agira de la vitesse vibratoire en un point du panneau lorsqu'il est excité par une série d'OPP de différents nombres d'onde $-\mathbf{k}$. En ce qui concerne les fonctions de sensibilité $H_p(\mathbf{x}, \mathbf{k}, \omega)$ ou $H_{v_0}(\mathbf{x}, \mathbf{k}, \omega)$, il s'agira de déterminer la pression acoustique ou la vitesse particulière rayonnée par le panneau en un point du milieu acoustique lorsqu'il est excité par une série d'OPP.

La seconde interprétation repose sur le principe de réciprocité qui, au sens le plus général, stipule que la réponse d'un système linéaire à une excitation harmonique appliquée en un certain point ne varie pas si le point d'excitation et le point d'observation sont échangés. En appliquant ce principe à notre problème, cela revient à dire que la réponse du panneau (en terme de vitesse vibratoire, pression acoustique ou vitesse particulière) au point \mathbf{x} lorsqu'il est excité par un effort normal en $\tilde{\mathbf{x}}$ est égale à la réponse vibratoire du panneau en $\tilde{\mathbf{x}}$ lorsqu'il est excité par une source harmonique $\bar{\alpha}$ (réciproque de α) au point \mathbf{x} . Avec les notations précédentes, cela revient à écrire

$$H_{\alpha/F_n}(\mathbf{x}, \tilde{\mathbf{x}}, \omega) = H_{v/\bar{\alpha}}(\tilde{\mathbf{x}}, \mathbf{x}, \omega). \quad (2.37)$$

Du fait que l'effort normal est appliqué sur le panneau, le point d'observation dans le cas réciproque doit également appartenir au panneau, ce qui explique qu'à droite de l'équation (2.37) il s'agisse systématiquement d'une réponse vibratoire quel que soit α . En injectant l'équation (2.37) dans l'équation (2.32), cela revient à effectuer une TF spatiale de

$H_{v/\bar{\alpha}}(\tilde{\mathbf{x}}, \mathbf{x}, \omega)$, comme le montre l'équation suivante

$$H_{\alpha}(\mathbf{x}, \mathbf{k}, \omega) = \iint_{\Sigma_p} H_{v/\bar{\alpha}}(\tilde{\mathbf{x}}, \mathbf{x}, \omega) e^{-j\mathbf{k}\tilde{\mathbf{x}}} d\tilde{\mathbf{x}}. \quad (2.38)$$

Finalement, pour obtenir la fonction de sensibilité $H_{\alpha}(\mathbf{x}, \mathbf{k}, \omega)$, il suffit d'exciter le panneau par la source harmonique réciproque $\bar{\alpha}$ au point \mathbf{x} et de faire la TF spatiale de la réponse vibratoire du panneau.

2.3 Méthodes expérimentales pour caractériser le comportement de panneaux sous champ de pression aléatoire

Dans cette section, on se propose de faire une revue des méthodes expérimentales visant à caractériser le comportement vibro-acoustique de panneaux excités par des champs de pression aléatoire. Une première partie est consacrée aux méthodes permettant une reproduction directe des excitations aléatoires considérées dans cette étude (le CAD et la CLT). La seconde partie est, quant à elle, dédiée aux méthodes reproduisant ces excitations aléatoires par « synthèse », c'est-à-dire à partir de sources simples (haut-parleurs, pots vibrants), sans besoin d'une installation lourde. La dernière partie décrit les méthodes caractérisant de manière indirecte la réponse d'un panneau sous champ de pression aléatoire, à partir de la formulation en nombre d'onde et des fonctions de sensibilité présentées dans la section précédente.

2.3.1 Reproduction directe d'un champ acoustique diffus

La caractérisation expérimentale de panneaux sous CAD se fait habituellement via une chambre réverbérante. Le CAD est, en théorie, un champ acoustique composé d'une infinité d'ondes planes décorréliées de directions équiprobables et d'intensités égales. La reproduction de ce type de champ en chambre réverbérante est justifiée par le comportement modal de la chambre réverbérante. Sachant qu'un mode acoustique dans une salle peut-être décrit comme une superposition d'ondes planes, la forte densité modale justifie la superposition de beaucoup d'ondes planes d'incidences équiprobables et d'intensités égales, et donc la présence d'un CAD [65]. Il a été montré, par expérience, que cette hypothèse est vérifiée pour les fréquences supérieures à la fréquence de Schroeder [65, 107]. Cette dernière étant dépendante des propriétés géométriques et acoustiques de la chambre, la reproductibilité

des mesures d'un laboratoire à un autre est remise en cause. À cela s'ajoutent des problèmes liés à l'absence d'ondes rasantes [37], l'inhomogénéité du champ de pression ou encore à l'absorption de l'air qui peut avoir une influence en hautes fréquences pour des grandes salles [65].

Cette méthode reste, toutefois, la plus couramment utilisée et a l'avantage d'être standardisée. Bien que certaines études s'intéressent à la réponse vibratoire de systèmes sous CAD [2, 53, 101], l'application principale sous ce type d'excitation est l'étude de la transparence acoustique de panneaux via sa perte par transmission ou TL (pour « Transmission Loss »). Le TL est un indicateur permettant d'estimer l'isolation acoustique d'une structure. Il est défini de manière générale par :

$$TL(\omega) = 10 \log_{10} \left(\frac{\Pi_{inc}(\omega)}{\Pi_{tr}(\omega)} \right), \quad (2.39)$$

où Π_{inc} désigne la puissance acoustique incidente à la structure et Π_{tr} la puissance acoustique transmise par la structure. Les normes en vigueur concernant le TL dépendent principalement de la configuration des chambres de test (chambres réverbérante – réverbérante couplées [4, 64] ou chambres réverbérante – anéchoïque couplées [5, 63]) et, selon la configuration, la puissance acoustique rayonnée est estimée de différentes façons. La puissance incidente, quant à elle, est toujours estimée via une mesure du niveau de pression moyen dans la chambre source.

2.3.1.1 Chambres réverbérante – réverbérante couplées

La méthode la plus couramment utilisée pour déterminer le TL est décrite par la norme ISO 10140 :2010 [64] (ou encore la norme ASTM E90 [4]). Elle consiste à utiliser deux chambres réverbérantes comme chambre source et réceptrice ce qui permet d'homogénéiser le champ de pression et mesurer facilement les niveaux de pression moyens L_p^{source} et L_p^{recep} dans les deux chambres (voir figure 2.7).

Pour prendre en compte la contribution du champ réverbérant, une correction est apportée faisant intervenir la surface de la structure et l'aire d'absorption équivalente A côté réception. Au final le TL se calcule de la manière suivante :

$$TL(\omega) = L_p^{source}(\omega) - L_p^{recep}(\omega) + 10 \log_{10} \left(\frac{\Sigma_p}{A} \right). \quad (2.40)$$

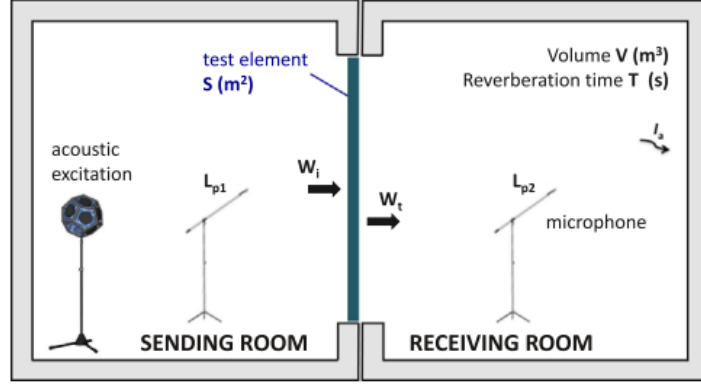


Figure 2.7 Description de la mesure de TL selon ISO 10140 :2010 [102]

Bien que cette méthode soit simple à mettre en œuvre, les sources d’erreurs sont directement liées à l’hypothèse de champ diffus dans les deux chambres et à la détermination de A .

2.3.1.2 Chambres réverbérante – anéchoïque couplées

Une seconde configuration est envisageable, à savoir une chambre réverbérante couplée à une chambre anéchoïque. La norme ASTM E2249-02 (2016) [5] (qui sera considérée dans ces travaux de thèse) décrit le protocole de mesure. L’estimation de la puissance incidente et la puissance transmise repose sur leurs définitions mathématiques. De manière générale, la puissance acoustique rayonnée Π_{ray} par un panneau de surface Σ_p s’écrit :

$$\Pi_{ray}(\omega) = \iint_{\Sigma_v} \mathbf{I}_{act}(\mathbf{x}, \omega) \mathbf{n} \, d\Sigma_v, \quad (2.41)$$

où $\mathbf{I}_{act}(\omega)$ est l’intensité active, Σ_v est une surface virtuelle qui entoure la source et \mathbf{n} est la normale sortante à Σ_v . Pour des applications numériques et expérimentales, le problème est discrétisé et l’équation (2.41) devient :

$$\Pi_{ray}(\omega) = \sum_{\mathbf{x} \in \Sigma_v} \mathbf{I}_{act}(\mathbf{x}, \omega) \mathbf{n} \, \Delta \mathbf{x}. \quad (2.42)$$

En considérant des surfaces élémentaires $\Delta \mathbf{x}$ équivalentes, la puissance acoustique transmise peut être exprimée en fonction de l'intensité transmise $\langle I_{tr} \rangle$ moyennée sur toute la surface virtuelle Σ_v :

$$\Pi_{tr}(\omega) = \langle I_{act} \rangle \Sigma_v. \quad (2.43)$$

La puissance acoustique incidente dans un champ parfaitement diffus est connue et donnée par [47] :

$$\Pi_{inc}(\omega) = \frac{\langle p_{RMS}^2 \rangle(\omega) \Sigma_p}{4\rho_0 c_0}, \quad (2.44)$$

où $\langle p_{RMS}^2 \rangle$ est la pression quadratique moyenne dans la chambre source à distance des parois (champ de pression supposé homogène et donc identique en tout point) et Σ_p est la surface du panneau. La puissance incidente peut également être exprimée en fonction de l'autospectre de pression pariétale [96] :

$$\Pi_{inc}(\omega) = \frac{S_{p_b p_b}(\omega) \Sigma_p}{8\rho_0 c_0}. \quad (2.45)$$

Le facteur 8 au dénominateur prend en compte le doublement de la pression (hypothèse de pression bloquée en paroi). L'estimation de la puissance incidente à partir de l'autospectre de pression pariétale n'est, cependant, pas préconisée par la norme ASTM E2249-02. Finalement, en injectant les équations (2.44) et (2.43) dans l'équation (2.39) et après quelques manipulations, le TL peut être approximé par :

$$TL(\omega) = L_p^{source}(\omega) - L_{I_{tr}}(\omega) - 6 + 10 \log_{10} (\Sigma_p / \Sigma_v), \quad (2.46)$$

où $L_{I_{tr}}$ est le niveau d'intensité transmise moyennée sur Σ_v . Ce dernier peut être mesuré sur un maillage de points discrétisant la surface virtuelle ou en balayant spatialement une sonde intensimétrique suivant une trajectoire et une vitesse données [5].

Cette méthode est très utilisée, aussi bien dans l'industrie que pour la recherche en laboratoire. Outre les erreurs potentielles liées au champ de pression reproduit en chambre réverbérante (problèmes de représentativité sous la fréquence de Schroeder, absence d'ondes rasantes, inhomogénéité du champ de pression, etc.), d'autres sources d'erreurs sont précisées dans [5], à savoir :

- si l'espacement entre les microphones de la sonde intensimétrique devient une fraction importante de la longueur d'onde (du même ordre de grandeur voire plus élevé), l'estimation de la vitesse particulaire par gradient de pression n'est plus valable,
- la façon de balayer spatialement la sonde intensimétrique peut avoir une influence sur l'estimation de la puissance transmise, rendant la méthode dépendante de l'opérateur.

2.3.2 Reproduction directe d'une couche limite turbulente

En ce qui concerne la reproduction d'excitations de type CLT, les moyens d'essais associés sont le tunnel aéro/hydrodynamique et les mesures *in situ*. Historiquement, deux problématiques ont motivé l'étude vibro-acoustique de structures sous CLT :

1. le bruit de turbulence qui réduit les performances des systèmes sonar installés dans les sous-marins,
2. les fluctuations de pression induites par la CLT développée sur le fuselage des avions, qui sont la source principale de bruit de cabine des avions commerciaux en phase de croisière.

On peut notamment citer les travaux de Bhat et Wilby [15–17, 116, 117], qui s'intéressaient aux vibrations de fuselage et au bruit rayonné dans la cabine d'un Boeing 737. Les problèmes sont que, d'une part, la mesure étant en condition de vol, d'autres sources de bruit parasitent les mesures (bruit de jet notamment) et il n'est donc pas évident d'étudier l'influence de la CLT exclusivement, et, d'autre part, ce moyen d'essai est très coûteux, ce qui ne favorise pas le développement de solutions technologiques pour réduire le bruit, par exemple.

La seconde solution, très utilisée dans l'industrie du transport, est de placer le système (ou une partie du système) dans un écoulement généré dans un tunnel aéro- ou hydrodynamique. La mesure, en soi, est certes moins onéreuse, mais le coût de l'infrastructure et des composants requis pour maîtriser l'écoulement restent importants. Ce moyen d'essai a été utilisé pour caractériser les vibrations de structures sous écoulement, mais aussi pour caractériser les fluctuations de pression induites par une CLT. La quasi totalité des modèles d'auto- et interspectre des fluctuations de pression pariétale proposés dans la littérature (et en partie listés dans la section 2.1.3) ont été établis via des mesures en tunnel aérodynamique.

Les études menées en tunnel aérodynamique ont rapidement montré que le montage expérimental et les transducteurs utilisés pour caractériser l'écoulement avaient une influence sur la mesure des fluctuations de pression [33, 34, 120]. C'est d'ailleurs ce qui explique les différences entre les modèles proposés dans la littérature. La pression acoustique mesurée par un capteur (typiquement un microphone) correspond à la pression moyennée sur la surface du capteur. Les longueurs d'onde plus petites que la plus grande dimension du capteur seront donc mal résolues [96]. Cependant, différentes solutions technologiques ont récemment été proposées pour remédier à ce problème, comme par exemple l'utilisation de sondes déportées et microphones montés en trou d'épingle (ou « pinhole ») [3, 100] ou encore l'utilisation de microphones de faibles dimensions comme les microphones « Knowles » [100] ou les microphones MEMS [113].

Les différences entre les modèles de fluctuations de pression induite par une CLT et la difficulté quant à la caractérisation de l'écoulement remettent en cause la maîtrise des paramètres de l'excitation et la répétabilité des mesures d'un laboratoire à un autre.

2.3.3 Synthèse d'excitations aléatoires

Les méthodes directes, présentées dans les deux sections précédentes, sont à la fois très coûteuses, sujettes à des problèmes de répétabilité des mesures d'un laboratoire à un autre et le champ de pression reproduit n'est pas forcément représentatif de l'excitation à étudier. Pour le cas particulier du CAD, par exemple, le champ de pression reproduit en chambre réverbérante n'est pas parfaitement représentatif d'un CAD idéal (tout particulièrement en dessous de la fréquence de Schroeder). Depuis quelques décennies, un travail considérable a été adressé pour synthétiser ces excitations, le but étant de disposer d'un outil plus robuste, moins coûteux et offrant une meilleure répétabilité des mesures. Une liste non exhaustive des méthodes expérimentales alternatives est présentée dans cette section.

2.3.3.1 Synthèse de champs de pression pariétale

Les méthodes présentées dans cette partie visent à reproduire un champ de pression aléatoire en utilisant un réseau de sources acoustiques. Les sources acoustiques sont réparties sur une surface Σ' , parallèle à la surface Σ_p sur laquelle le champ de pression est reproduit (cf. figure 2.8). La surface de reproduction, correspondant en pratique au panneau à étudier, est supposée infiniment bafflée.

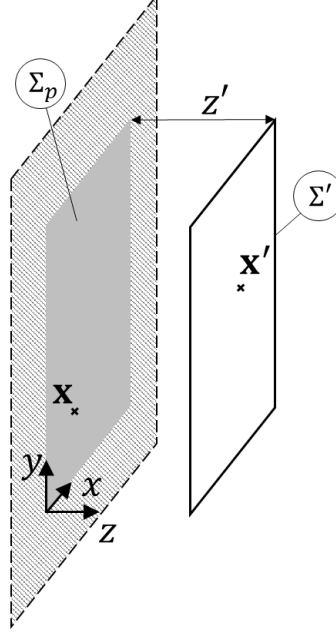


Figure 2.8 Description du problème et système de coordonnées : surface de reproduction Σ_p et réseau de sources en Σ' .

2.3.3.1.1 Méthode des moindres carrés

La méthode dite des moindres carrés a été introduite par Maury et al. [83] avec pour but de simuler le champ de pression pariétal induit par une CLT. Ils cherchent donc à synthétiser les statistiques d'un champ de pression pariétale connu \mathbf{d} à partir de sources pilotées via des signaux de commande \mathbf{u} , comme illustré en figure 2.9. Une matrice de filtres de contrôle \mathbf{W} est calculée de façon à ce que les signaux de sortie \mathbf{y} obtenus via une matrice de transfert acoustique \mathbf{G} correspondent au mieux à la pression cible \mathbf{d} . Cela revient donc à résoudre le système suivant :

$$\mathbf{GW} = \mathbf{D}, \quad (2.47)$$

où \mathbf{D} est la matrice de filtres générateurs obtenue par décomposition en valeurs propres de la matrice interspectrale du champ de pression pariétale désiré [22]. Étant donné que la matrice \mathbf{G} (qui est à inverser) n'est pas carrée, le système est dit sur-contraint (il y a plus d'équations que d'inconnues) et il n'existe pas de solution exacte. Maury propose de résoudre le système en minimisant, au sens des moindres carrés, l'erreur entre les données générées par synthèse et les données cibles, pour ainsi trouver une solution approchée.

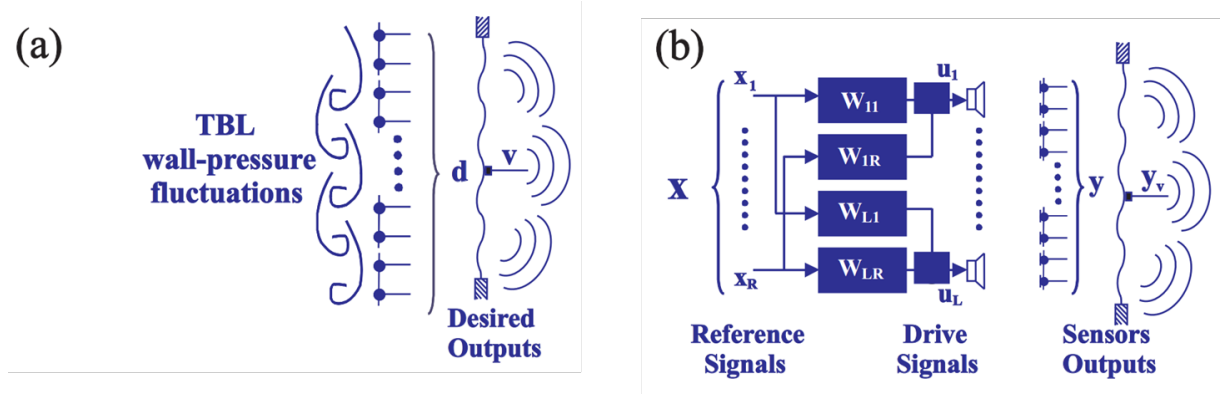


Figure 2.9 Schéma de principe [81] (a) mesure des fluctuations de pression pariétale ou des vibrations d'une plaque sous CLT. (b) moyen d'essai proposé pour synthétiser l'excitation.

Cette méthode a été reprise par différents auteurs [22, 23, 44, 80–83, 98], tous s'accordent sur le fait que la matrice à inverser n'est pas très bien conditionnée, ce qui rend la méthode sensible aux erreurs (dans la définition de la matrice de transfert \mathbf{G} principalement) et bruits de mesure. Des méthodes de régularisation peuvent être utilisées pour limiter cette sensibilité aux erreurs, mais au prix d'une moins bonne qualité de reproduction [98].

Globalement, les différentes études menées ont montré qu'il fallait un minimum d'environ 4 sources par longueur d'onde à reproduire dans le plan du panneau pour reconstruire correctement le champ de pression cible. Selon l'excitation considérée, le nombre de sources peut donc devenir prohibitif. En pratique, le nombre de sources est fixé et limite donc la fréquence maximale atteignable pour une synthèse de champ de pression représentative du champ de pression cible. Typiquement, la synthèse d'un CAD est acceptable jusqu'à une fréquence plus élevée que pour la synthèse d'une CLT subsonique, du fait que dans le cas de la CLT le nombre de sources devient plus rapidement insuffisant pour reproduire les longueurs d'onde cibles dans le plan du panneau que dans le cas du CAD.

Cela-dit, comme le montre la figure 2.9, les vibrations induites par une excitation aléatoire peuvent également être synthétisées. La synthèse de la réponse vibratoire du panneau, et non du champ exciteur, permettrait d'atteindre des fréquences plus élevées [23], mais nécessite pour cela de connaître le champ vibratoire cible de la structure sous l'excitation considérée, qui peut être déduit d'un modèle d'excitation pariétale. L'intérêt semble donc plus se porter vers le rayonnement acoustique de la structure après synthèse du champ vibratoire.

Dans une publication récente, Maury & al. proposent de ne synthétiser les vibrations d'une plaque sous CLT que sur un sous-domaine de la plaque [82]. Cette approche permet, en

effet, de reproduire correctement les vibrations d'une plaque induites par une CLT jusqu'à des fréquences plus élevées que si les vibrations étaient synthétisées sur toute la plaque, mais sont, *a priori*, mal reconstruites en dehors de ce sous-domaine.

Robin et al. [98] synthétisent un CAD par la méthode des moindres carrés et prédisent le TL d'une plaque à partir de sa réponse vibratoire sous ce champ de pression pariétale synthétisé. Pour ce faire, ils définissent la puissance acoustique transmise comme étant :

$$\Pi_{tr}(\omega) = \text{Tr}([S_{vv}(\mathbf{x}, \mathbf{x}', \omega)] \cdot [R_{ray}(\mathbf{x}, \mathbf{x}', \omega)]), \quad (2.48)$$

où Tr désigne la trace d'une matrice, $[S_{vv}(\mathbf{x}, \mathbf{x}', \omega)]$ est la matrice des interspectres de vitesse entre chaque combinaison de points \mathbf{x} et \mathbf{x}' du panneau, $[R_{ray}(\mathbf{x}, \mathbf{x}', \omega)]$ est une matrice appelée « matrice des résistances de rayonnement » de même dimension que la matrice des interspectres de vitesse et \cdot désigne le produit matriciel. Dans le cas d'un panneau bafflé, la matrice des résistances de rayonnement est donnée par [47]

$$R_{ray}(r_{ij}, \omega) = \frac{\omega^2 \rho_0 A_e}{4\pi c_0} \begin{bmatrix} 1 & \frac{\sin(k_0 r_{12})}{k_0 r_{12}} & \dots & \frac{\sin(k_0 r_{1N})}{k_0 r_{1N}} \\ \frac{\sin(k_0 r_{21})}{k_0 r_{21}} & \ddots & & \vdots \\ \vdots & & \ddots & \vdots \\ \frac{\sin(k_0 r_{N1})}{k_0 r_{N1}} & \dots & \dots & \frac{\sin(k_0 r_{NN})}{k_0 r_{NN}} \end{bmatrix}, \quad (2.49)$$

où A_e est la surface des éléments discrétisant le panneau, r est la distance entre les deux points \mathbf{x} et \mathbf{x}' considérés et N est le nombre de points total discrétisant le panneau. En synthétisant un champ de pression équivalent à un CAD et en mesurant la réponse vibratoire en N points d'un panneau, le TL peut être déterminé par post-traitement à partir des équations (2.39) et (2.45). L'application expérimentale présentée dans [98], montre que la méthode permet de prédire de manière acceptable le TL d'un panneau sous CAD, mais une régularisation qui peut être coûteuse en temps de calcul est nécessaire.

2.3.3.1.2 « Wave Field Synthesis »

La méthode « Wave Field Synthesis » (WFS) est une méthode de reproduction de champ de pression introduite par Berkhout [12] à la fin des années 80 et reprise plus récemment par Berry et al. [13] avec l'objectif de reproduire des champs de pression aléatoires en temps réel à partir d'un réseau de sources. La méthode WFS repose sur le principe de Huygens, qui stipule qu'un champ d'onde produit par une source primaire peut être reconstruit, à

un moment ultérieur, en remplaçant un front d'onde donné par une répartition continue de sources secondaires sur le front d'onde initial.

Cette méthode est dérivée de l'intégrale de Kirchhoff-Helmholtz en y implémentant les principes de bases de la WFS. Les développements mathématiques [13] conduisent à une expression liant la vitesse particulière normale à imposer sur la surface Σ' (donc au réseau de sources) au champ de pression cible. Ce champ de pression cible peut aussi bien être déterministe que stochastique (en considérant des quantités interspectrales).

Une étude numérique a montré que la méthode WFS permet une bonne reconstruction du champ de pression cible dans le domaine des nombres d'onde (k_x, k_y) délimité par un cercle dont le rayon est le nombre d'onde acoustique. Les composantes reproduites en dehors du cercle acoustique décroissent plus rapidement que les composantes cibles avec l'augmentation du nombre d'onde. Ce phénomène est illustré en figure 2.10 où le champ de pression pariétale induit par une CLT selon le modèle de Corcos [33] est reconstruite par WFS pour deux vitesses d'écoulement. La reconstruction des composantes les plus énergétiques de la CLT (au pic convectif) est donc erronée pour des écoulements subsoniques (figure 2.10(a)).

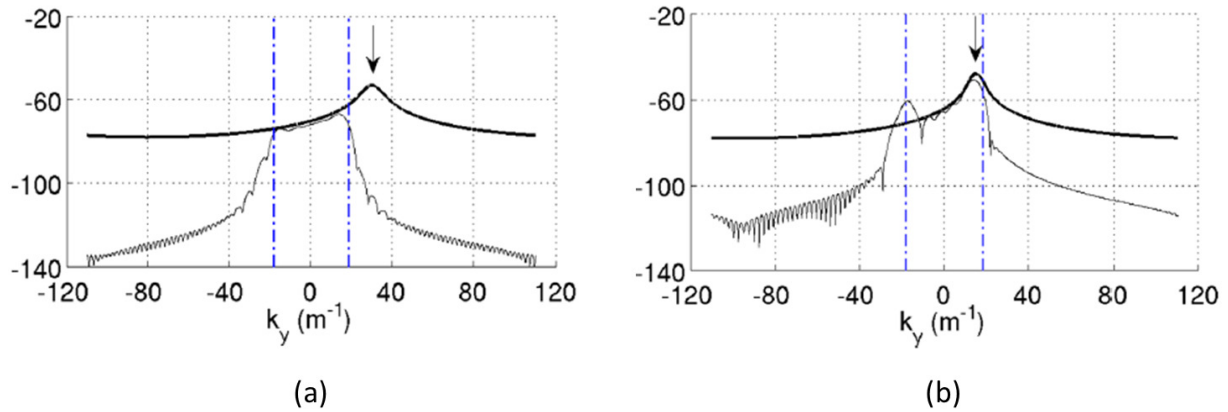


Figure 2.10 Reproduction par WFS d'une CLT selon le modèle de Corcos s'écoulant suivant y [13]. (a) subsonique ($U_\infty = 300 \text{ m.s}^{-1}$). (b) supersonique ($U_\infty = 600 \text{ m.s}^{-1}$). Interspectre de pression pariétale suivant k_y ($k_x = 0$) cible (ligne noire épaisse) et reconstruit (ligne grise fine) en dB. Nombre d'onde acoustique $|k_0|$ représenté par les lignes verticales en tirets. Pic convectif indiqué par une flèche.

Cela-dit, la méthode WFS s'avère adaptée pour reconstruire des ondes planes pariétales de nombre d'onde inférieur au nombre d'onde acoustique et, *a fortiori*, pour reconstruire une excitation de type CAD [13]. La figure 2.10(b) montre également que les composantes principales d'une CLT supersonique peuvent être bien reconstruites, car elles se situent dans le domaine acoustique.

2.3. MÉTHODES EXPÉRIMENTALES POUR CARACTÉRISER LE COMPORTEMENT DE PANNEAUX SOUS CHAMP DE PRESSION ALÉATOIRE 33

Une application expérimentale pour déterminer le TL d'un panneau plan sous CAD [\[98\]](#) a montré que la méthode est probante pour ce type d'application.

2.3.3.1.3 Holographie acoustique plane de champ proche

La méthode « Planar Nearfield Acoustic Holography » (PNAH) est une méthode faisant intervenir les principes de l'holographie acoustique puisqu'elle permet de reconstruire un champ de pression à partir d'un champ de pression cible assimilable à l'hologramme. L'holographie acoustique est souvent utilisée pour prédire la distribution de pression sur un plan à partir de connaissances sur la pression acoustique et la vitesse particulaire distribuées sur un plan parallèle [87, 115, 118]. Cette méthode trouve également des applications dans la reproduction de champ de pression [49, 97].

Le développement mathématique est détaillé dans [97] et permet, à nouveau, de lier la vitesse dans le plan source au champ de pression pariétale à reconstruire. La méthode PNAH est d'abord développée pour des excitations déterministes puis étendue aux problèmes stochastiques.

Cette méthode présente des avantages et limitations similaires à la méthode WFS, à savoir une capacité à reproduire le champ de pression cible dans le domaine acoustique exclusivement. En lien avec le résultat présenté en figure 2.10, on montre en figure 2.11, dans les mêmes conditions, l'interspectre de pression pariétale reproduit par PNAH dans le cas d'une CLT selon le modèle de Corcos [33] (subsonique et supersonique).

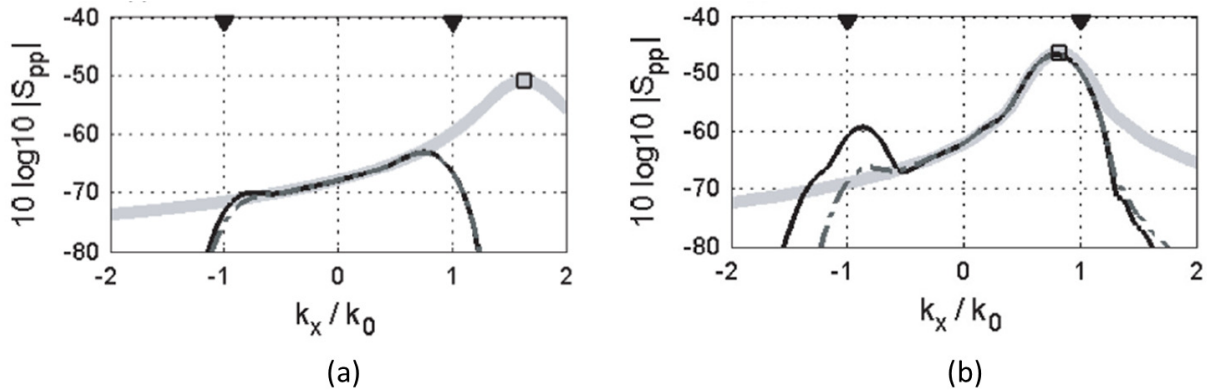


Figure 2.11 Reproduction par PNAH d'une CLT selon le modèle de Corcos s'écoulant suivant x [97]. (a) subsonique ($U_\infty = 300 \text{ m.s}^{-1}$). (b) supersonique ($U_\infty = 600 \text{ m.s}^{-1}$). Interspectre de pression pariétale suivant k_x ($k_x = 0$) cible (ligne grise épaisse) et reconstruit (ligne noire fine) en dB. Pic convectif indiqué par un carré.

Encore une fois, cette méthode s'avère adaptée pour reconstruire des ondes de nombre d'onde inférieur au nombre d'onde acoustique. La méthode PNAH est donc particulièrement intéressante pour reconstruire une excitation de type CAD [97] et est capable

de reproduire les composantes les plus énergétiques d'une CLT supersonique, comme le montre la figure 2.11(b). Elle n'est, cependant, pas adaptée pour la reproduction de CLT subsonique, puisque le pic convectif se trouve en dehors du domaine acoustique (voir figure 2.11(a)).

Tout comme la WFS, la méthode PNAH est capable de prédire expérimentalement le TL d'un panneau plan sous CAD [98] de manière satisfaisante.

2.3.3.2 Synthèse par excitations mécaniques

Dans sa thèse, Robert [95] propose une méthode pour substituer une excitation de type CLT hydrodynamique par un ensemble restreint de forces ponctuelles aléatoires et stationnaires, le but étant de restituer au mieux la réponse vibro-acoustique d'une structure en l'absence d'écoulement. Pour ce faire, il part de la formulation analytique de la réponse vibratoire d'une plaque plane sur appuis simples basée sur une approche modale.

Pour synthétiser l'effet d'une CLT, l'égalité entre la densité spectrale des forces généralisées induites par une CLT et la densité spectrale des forces généralisées dans le cas de N forces ponctuelles est posée. Via un algorithme de convergence, les positions des N forces excitatrices et les gains entre densité spectrale de l'effort injecté et densité spectrale de la CLT (signaux d'entrée pour chaque effort ponctuel) ont pu être déterminés pour vérifier l'égalité précédente.

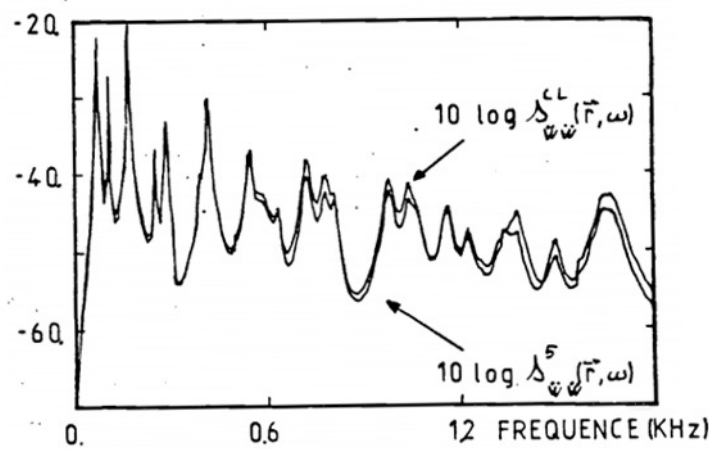


Figure 2.12 Comparaison de la réponse reconstruite avec 5 efforts ponctuels $s_{\dot{w}\dot{w}}^5$ à la réponse de référence $s_{\dot{w}\dot{w}}^{CL}$ [95].

Par simulation numérique d'une plaque plane immergée sous l'eau et excitée par une CLT selon le modèle de Davies [39] (à $U_\infty = 8 \text{ m.s}^{-1}$), il montre qu'à partir de 5 forces

excitatrices, la réponse vibratoire de la plaque peut être reconstituée sur toute la bande de fréquence de son étude (comme illustré en figure 2.12).

Même si la méthode semble probante, une hypothèse forte dans le développement mathématique implique de considérer une fréquence d'excitation supérieure à la fréquence de coïncidence hydrodynamique [95]. En plus de cela, une étude préliminaire (algorithme de convergence) est requise pour déterminer les positions et gains à considérer pour chaque force excitatrice. Finalement, du fait que l'approche soit modale, elle nécessite une connaissance, *a priori*, sur le comportement modal de la structure à étudier, ce qui n'est pas toujours évident.

2.3.4 Méthodes indirectes basées sur la détermination des fonctions de sensibilité

Si les approches présentées jusque-là permettent de mesurer directement la réponse d'un panneau sous champ de pression aléatoire, des approches indirectes impliquant une phase de post-traitement ont été proposées dans la littérature. Deux approches reposant sur la formulation en nombre d'onde de panneaux excités par de champs de pression pariétale, présentée en section 2.2, sont détaillées dans cette section. Elles visent à déterminer les fonctions de sensibilité expérimentalement pour, par post-traitement, prédire la réponse d'un panneau sous excitation aléatoire.

2.3.4.1 Méthode inverse et principe de l'antenne synthétique

Une première méthode repose sur l'interprétation directe des fonctions de sensibilité (voir section 2.2.2) et vise donc à reproduire des OPP de nombre d'onde donné par antenne synthétique [7]. Le champ de pression à reconstruire s'écrit

$$p(\mathbf{k}, \omega) = e^{-j(k_x x + k_y y)}. \quad (2.50)$$

À noter que les méthodes WFS et PNAH permettent également de reproduire des OPP, mais elles sont restreintes au domaine acoustique, ce qui n'est pas adapté pour les excitations dont le contenu énergétique est en dehors du domaine acoustique (CLT subsonique). La méthode présentée ici repose sur le même principe que celle présentée en section 2.3.3.1.1 qui, par ailleurs, a déjà été appliquée à la reproduction d'OPP [80]. Comme cela a été présenté en section 2.2.2, la réponse d'un panneau à une série d'OPP de nombre d'onde variable correspond aux fonctions de sensibilité.

2.3. MÉTHODES EXPÉRIMENTALES POUR CARACTÉRISER LE COMPORTEMENT DE PANNEAUX SOUS CHAMP DE PRESSION ALÉATOIRE 37

Considérons, dans un premier temps, une antenne de s sources en Σ' à chacune desquelles une amplitude $Q_s = j\omega\rho_0 Q_v$ (où Q_v est le débit volumique de la source) peut être imposé, et q capteurs de pression affleurant à une paroi supposée rigide en Σ_p (pour mesurer la pression acoustique bloquée). En excitant les sources successivement avec une certaine amplitude Q_s et en mesurant la pression acoustique bloquée aux q capteurs (aussi appelés « points d'observation »), $s \times q$ fonctions de transfert H_{sq} entre la pression acoustique en paroi et l'amplitude Q_s de chacune des sources sont obtenues (voir figure 2.13).

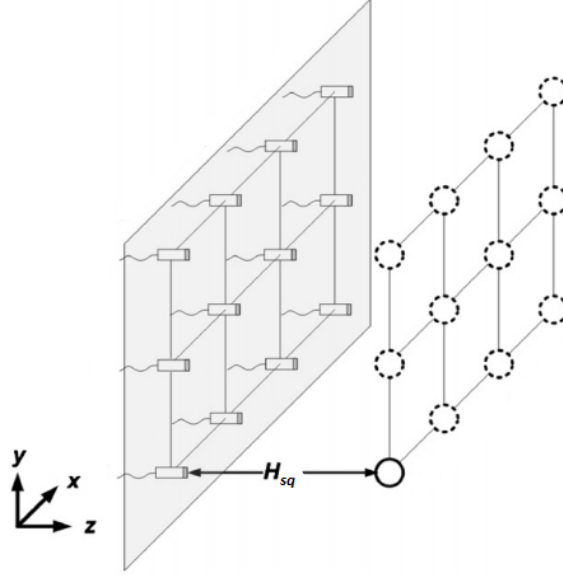


Figure 2.13 Illustration des mesures des fonctions de transfert H_{sq} [7].

Les fonctions de transfert H_{sq} caractérisent à la fois le milieu acoustique et les sources acoustiques. Si le milieu est parfaitement contrôlé (chambre anéchoïque, aucun bruit parasite, etc) et que les sources sont monopolaires, ces fonctions de transfert s'apparentent à la fonction de Green avec source image en espace semi-infini, soit

$$H_{sq} = \frac{e^{-jk_0\sqrt{(x_s-x_q)^2+(y_s-y_q)^2+z'^2}}}{2\pi\sqrt{(x_s-x_q)^2+(y_s-y_q)^2+z'^2}}. \quad (2.51)$$

En pratique, la mesure de ces fonctions de transfert est nécessaire pour prendre en compte les imperfections du milieu acoustique et les caractéristiques des sources.

À partir de la matrice des fonctions de transfert H_{sq} , l'amplitude $Q_s(\mathbf{k}, \omega)$ à appliquer aux s sources pour reproduire le champ de pression souhaité peut être calculé en posant

l'égalité des pressions en paroi

$$\sum_s Q_s(\mathbf{k}, \omega) H_{sq}(\omega) = p_q(\mathbf{k}, \omega). \quad (2.52)$$

Ce calcul nécessite donc d'inverser la matrice des fonctions de transfert H_{sq} . Si le nombre de points d'observation est plus grand que le nombre de sources, le problème est sous-contraint et il est résolu au sens des moindres carrés, de la même manière que pour la méthode présentée en section 2.3.3.1.1. En excitant les s sources simultanément par leurs amplitudes $Q_s(\mathbf{k}, \omega)$ correspondantes, le champ de pression $p(\mathbf{k}, \omega)$ peut être reproduit en temps réel sur la surface Σ_p . Le problème est que plus la fréquence de l'OPP à reproduire est élevée, plus l'espacement entre les sources doit être réduit. Le nombre de sources et la taille de l'antenne vont donc limiter la fréquence maximale des OPP reconstruites.

Principe de l'antenne synthétique

Pour pallier ce problème, Aucejo [7] propose d'utiliser le principe de l'antenne synthétique qui consiste à décrire la réponse d'une antenne de sources comme la somme des réponses de chacune des sources. Ainsi, en balayant spatialement une unique source et en enregistrant la réponse de la plaque excitée successivement en autant de positions de source que nécessaire, une antenne de sources peut être reconstituée virtuellement par post-traitement.

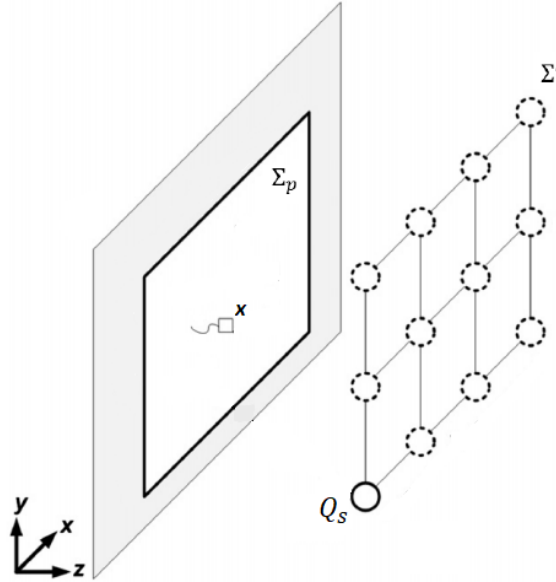


Figure 2.14 Illustration de la mesure de vitesse vibratoire du panneau en \mathbf{x} pour chaque position de source [7].

L'utilisation du principe de l'antenne synthétique ne change rien à l'étape de caractérisation du milieu, mais plutôt que d'exciter simultanément une antenne de sources fixe pour reproduire le champ de pression en temps réel, une unique source est déplacée en s positions en l'excitant avec son amplitude $Q_s(\mathbf{k}, \omega)$ correspondante. La réponse du panneau (en vitesse vibratoire, pression acoustique ou vitesse particulaire) est ensuite mesurée au point \mathbf{x} d'intérêt (voir figure 2.14). Finalement, en sommant les réponses pour chaque position de la source, la réponse du panneau à une OPP de nombre d'onde $-\mathbf{k}$, autrement dit la fonction de sensibilité au point \mathbf{x} pour le couple de nombre d'onde (k_x, k_y) , peut être reconstruite virtuellement.

Cette méthode a été appliquée numériquement et expérimentalement dans le cas d'un plaque plane en acier excitée par une CLT dans [8]. Cela-dit, n'ayant pas de référence (issue d'une mesure en tunnel aérodynamique par exemple), la méthode n'a pas pu être pleinement validée. En plus de cela, le cas test est restreint à la réponse vibratoire du panneau, il serait intéressant d'étudier également son rayonnement acoustique.

2.3.4.2 Principe de réciprocité

Une méthode alternative à la synthèse d'OPP, reposant sur la seconde interprétation des fonctions de sensibilité issue du principe de réciprocité, a été introduite par Maxit et Denis [86]. Le principe de réciprocité pour des systèmes vibrants a été introduit par Lord Rayleigh [94]. Dans sa forme la plus générale, le principe de réciprocité stipule que la réponse d'un système est invariante vis-à-vis de l'échange du point d'excitation et du point d'observation. Depuis, plusieurs auteurs ont exploité ce principe aussi bien pour caractériser le comportement vibratoire de structures que pour des études acoustiques [46, 86, 110, 121].

Maxit et Denis [86] utilisent le principe de réciprocité appliqué aux vibrations d'un panneau plan excité par un effort normal pour donner une nouvelle interprétation aux fonctions de sensibilité (cas où $\alpha \equiv v$ dans l'équation (2.32)). Sachant que rapport de la vitesse normale au point \mathbf{x} du panneau sur l'effort normal appliqué en $\tilde{\mathbf{x}}$ est égal au rapport de la vitesse normale au point $\tilde{\mathbf{x}}$ sur l'effort normal appliqué en \mathbf{x} ,

$$H_{v/F_n}(\mathbf{x}, \tilde{\mathbf{x}}, \omega) = H_{v/F_n}(\tilde{\mathbf{x}}, \mathbf{x}, \omega). \quad (2.53)$$

En injectant l'équation (2.53) dans l'équation (2.32), on obtient

$$H_v(\mathbf{x}, \mathbf{k}, \omega) = \iint_{\Sigma_p} H_{v/F_n}(\tilde{\mathbf{x}}, \mathbf{x}, \omega) e^{-j\mathbf{k}\tilde{\mathbf{x}}} d\tilde{\mathbf{x}}. \quad (2.54)$$

Dans ce cas ci, la source réciproque $\bar{\alpha}$ correspond à un effort normal. Le terme à droite dans l'équation (2.54) est la double TF spatiale de la fonction $H_{v/F_n}(\tilde{\mathbf{x}}, \mathbf{x}, \omega)$ qui correspond à la réponse du panneau en $\tilde{\mathbf{x}}$ lorsque celui-ci est excité par un effort normal en \mathbf{x} . Donc pour obtenir la fonction de sensibilité au point \mathbf{x} , il suffit d'exciter le panneau par un effort normal en ce même point et de faire la double TF spatiale de la réponse en vitesse obtenue.

Le principe de réciprocité peut également être exploité dans le cas d'un panneau excité par un effort normal et en s'intéressant à la pression rayonnée en un point du milieu acoustique [46, 86, 121] (cas où $\alpha \equiv p$ dans l'équation (2.32)). La relation de réciprocité de Lyamshev pour des structures élastiques [71] indique que le rapport de la pression acoustique au point \mathbf{x} sur l'effort normal appliqué en $\tilde{\mathbf{x}}$ est égal au rapport de la vitesse normale du panneau en $\tilde{\mathbf{x}}$ sur le débit volumique de la source acoustique en \mathbf{x} (comme illustré en figure 2.15). Ce qui revient à écrire

$$H_{p/F_n}(\mathbf{x}, \tilde{\mathbf{x}}, \omega) = H_{v/Q_v}(\tilde{\mathbf{x}}, \mathbf{x}, \omega). \quad (2.55)$$

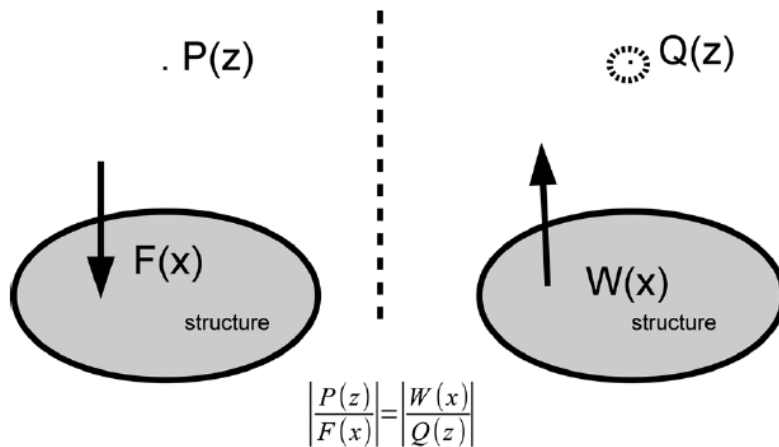


Figure 2.15 Relation de réciprocité de Lyamshev pour des structures élastiques excitées par un effort normal ponctuel [86].

2.3. MÉTHODES EXPÉRIMENTALES POUR CARACTÉRISER LE COMPORTEMENT DE PANNEAUX SOUS CHAMP DE PRESSION ALÉATOIRE 41

Dans ce cas-ci, $\bar{\alpha}$ est une source monopolaire de débit volumique Q_v . En injectant l'équation (2.55) dans l'équation (2.32), on obtient

$$H_p(\mathbf{x}, \mathbf{k}, \omega) = \iint_{\Sigma_p} H_{v/Q_v}(\tilde{\mathbf{x}}, \mathbf{x}, \omega) e^{-j\mathbf{k}\tilde{\mathbf{x}}} d\tilde{\mathbf{x}}. \quad (2.56)$$

Tout comme précédemment, le principe de réciprocité permet de décrire la pression acoustique rayonnée par une structure excitée par une OPP de nombre d'onde $-\mathbf{k}$ et d'amplitude unitaire comme la double TF spatiale de la réponse vibratoire de la structure excitée par une source monopolaire de débit volumique unitaire.

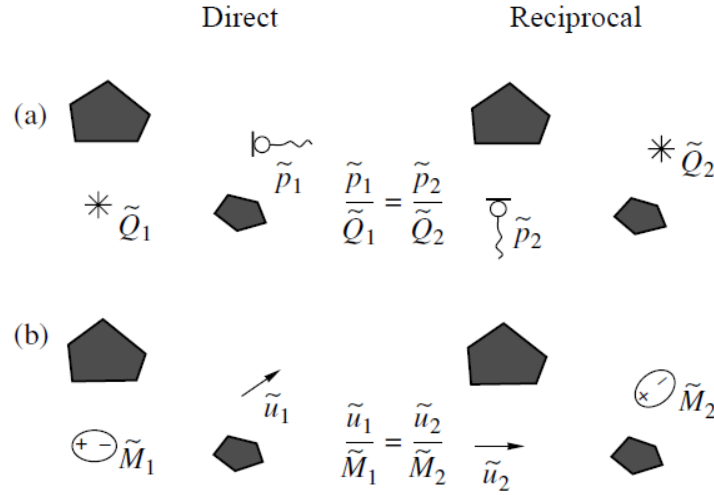


Figure 2.16 Relations de réciprocité dans le milieu acoustique [46]. (a) cas du monopôle. (b) cas du dipôle.

Finalement, Fahy [46] indique que Rayleigh a aussi étendu la relation de réciprocité au cas d'un dipôle acoustique et de la vitesse particulière dans le milieu acoustique, comme illustré en figure 2.16. Étant donné qu'un dipôle ponctuel peut être représenté par un effort ponctuel appliqué à un fluide, cette relation est cohérente. Cela-dit, aucune démonstration de ce principe dans le cas d'un panneau excité par un effort normal n'a été trouvée dans la littérature. Cela constituera une partie des travaux présentés dans le chapitre 3.

Cette seconde interprétation des fonctions sensibilité n'a, à ce stade, jamais été appliquée expérimentalement pour prédire la réponse vibro-acoustique d'un panneau sous excitation aléatoire.

2.4 Conclusion sur l'état de l'art

Dans ce chapitre, la modélisation des deux excitations considérées, le CAD et la CLT, a d'abord été présentée. Si le CAD idéal peut être modélisé analytiquement, la CLT fait l'objet de nombreux modèles analytiques et semi-empiriques, mais aucun consensus n'a été trouvé quant au modèle à utiliser. Cela-dit, certains modèles peuvent être ajustés pour les faire correspondre à des mesures sous écoulement.

Suite à cela, la formulation mathématique d'un panneau excité par un champ de pression aléatoire a été présentée. Les développements ont mené à une formulation permettant d'exprimer la réponse du panneau en fonction de deux grandeurs exprimées dans le domaine des nombres d'onde : l'interspectre de pression pariétale exercé par l'excitation et les fonctions de sensibilité. En supposant que l'excitation est connue, il suffit donc de mesurer les fonctions de sensibilité pour caractériser expérimentalement la réponse d'un panneau sous l'excitation considérée.

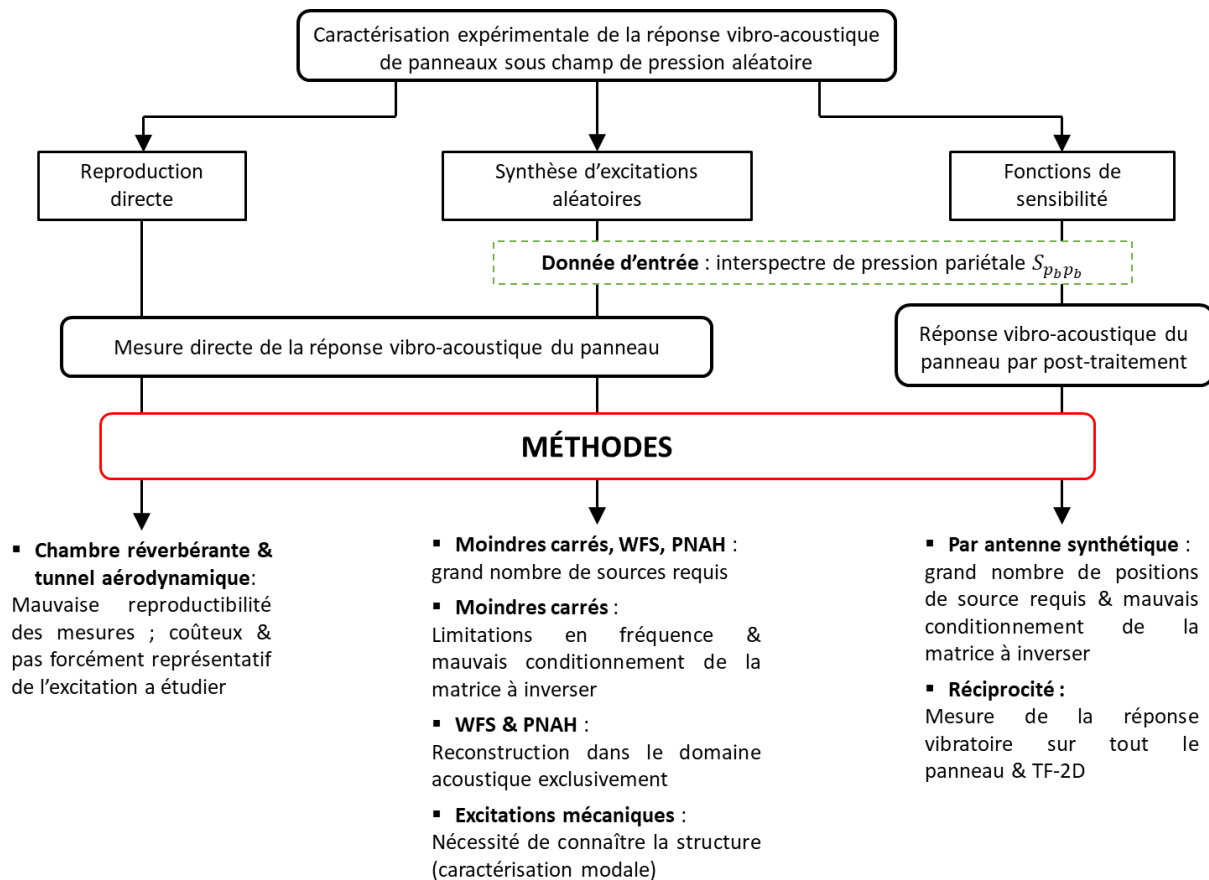


Figure 2.17 Schéma récapitulatif des méthodes expérimentales pour caractériser un panneau sous champ de pression aléatoire.

Bien que la caractérisation expérimentale de panneaux sous excitation aléatoire via les fonctions de sensibilité soit une solution envisageable, une revue des différentes méthodes présentées dans la littérature est donnée en dernière section de ce chapitre pour en extraire les avantages et inconvénients de chacune de ces méthodes. La figure 2.17 présente un schéma récapitulatif des différentes méthodes visant à caractériser le comportement vibro-acoustique de panneau sous champ de pression aléatoire. Les méthodes reposant sur une reproduction directe de l'excitation (à gauche de la figure 2.17) sont indéniablement les plus utilisées dans l'industrie. Elles ont de nombreux inconvénients dont celui de ne pas assurer une bonne reproductibilité de mesures sur un même panneau d'un laboratoire à un autre. Elles sont également très coûteuses, dans le sens où elles demandent des infrastructures lourdes, et ne sont pas toujours représentatives de l'excitation à étudier. Typiquement, le champ de pression reproduit en chambre réverbérante n'est pas représentatif du CAD idéal. De la même manière, une CLT reproduite en tunnel aérodynamique correspond rarement à celle qui se développe en paroi d'un véhicule.

Les méthodes alternatives (synthèse de l'excitation ou à partir des fonctions de sensibilité) nécessitent en entrée une information sur l'excitation, ce qui peut être perçu comme un avantage. En effet, cette donnée pouvant provenir de modèles analytiques, semi-empiriques ou même de mesures en condition réelle, ces méthodes permettent un meilleur contrôle sur l'excitation. Par exemple, la réponse d'un panneau à un CAD idéal représenté par son modèle analytique, peut être obtenue. Les méthodes de synthèse de l'excitation présentent l'avantage de pouvoir effectuer une mesure directe de la réponse du panneau et ne nécessitent donc aucun post-traitement.

La méthode des moindres carrés a l'inconvénient d'être sensible aux erreurs et bruits de mesure (de part le mauvais conditionnement du système à résoudre pour déterminer l'amplitude à appliquer à chacune des sources) et est limitée en fréquence par le nombre de sources acoustiques utilisées pour reconstruire le champ de pression pariétale. Cette dernière limitation est retrouvée pour les méthodes WFS et PNAH qui, en plus, sont incapables de reproduire des ondes de nombre d'onde plus élevé que le nombre d'onde acoustique. Elles ne sont donc pas adaptées pour la reproduction de CLT subsoniques. Finalement, la méthode par excitations mécaniques nécessite une caractérisation modale de l'excitation, ce qui n'est pas toujours évident.

Aucune méthode présentée dans la littérature ne permet de caractériser expérimentalement le comportement vibro-acoustique d'un panneau quelconque sous tout type d'excitation aléatoire et à moindre coût, d'où l'intérêt d'explorer des solutions alternatives. C'est l'objet des études présentées dans les chapitres qui suivent en se concentrant sur les méthodes

basées sur la détermination des fonctions de sensibilité. Ces dernières ont été introduites récemment [8, 86] et semblent prometteuses, mais n'ont jamais été validées expérimentalement pour caractériser la réponse vibratoire et acoustique d'un panneau sous champ de pression aléatoire. Ces méthodes seront donc étudiées numériquement et expérimentalement dans les cas d'excitation de type CAD et CLT subsonique pour voir si elles sont capables de pallier les problèmes des méthodes déjà existantes.

CHAPITRE 3

Caractérisation vibro-acoustique de panneaux sous champ acoustique diffus par principe de réciprocité

3.1 Avant-propos

Auteurs et affiliations :

- Christophe Marchetto, INSA-Lyon, LVA & Université de Sherbrooke, Faculté de génie, Département de génie mécanique, GAUS.
- Laurent Maxit, INSA-Lyon, LVA.
- Alain Berry, Faculté de génie, Département de génie mécanique, GAUS.
- Olivier Robin, Faculté de génie, Département de génie mécanique, GAUS.

Date d'acceptation : 13 mai 2017.

État de l'acceptation : version finale publiée.

Revue : The Journal of the Acoustical Society of America.

Référence : [C. Marchetto *et al.*, J. Acoust. Soc. Am. Volume 141, Issue 6, pp. 4508-4521 (2013). <https://doi.org/10.1121/1.4985126>]

Titre français : Perte par transmission de panneaux sous champ acoustique diffus à partir des fonctions de sensibilité et de principes de réciprocité.

Contribution au mémoire :

Dans cet article, la formulation mathématique de la réponse vibro-acoustique d'un panneau excité par un champ diffus est décrite en détail. Cette formulation permet de séparer les contributions de l'excitation du comportement dynamique du panneau (via les fonctions de sensibilité). Comme cela a été montré dans la littérature, les fonctions de sensibilité en terme de vitesse vibratoire et de pression acoustique peuvent être déterminées en utilisant deux principes de réciprocité. Ici, un troisième principe de réciprocité est démontré

(en annexe de l'article) et utilisé pour déterminer les fonctions de sensibilité en terme de vitesse particulaire. Une validation numérique et expérimentale atteste de la validité des différents principes de réciprocité pour déterminer les fonctions de sensibilité (en vitesse vibratoire, pression rayonnée et vitesse particulaire). Ces dernières sont ensuite utilisées pour caractériser la réponse vibratoire d'un panneau excité par un champ diffus. Une méthode innovante pour déterminer expérimentalement le facteur de perte par transmission d'un panneau à partir des différents principes de réciprocité est également présentée. La validation numérique et expérimentale par confrontation des indicateurs vibro-acoustiques (réponse vibratoire et perte par transmission) déterminés expérimentalement par réciprocité avec des valeurs théoriques et des mesures en chambres couplées atteste de la validité de la méthode.

Cette étude permet de valider numériquement et expérimentalement la méthode par réciprocité. À cela s'ajoute la démonstration du principe de réciprocité visant à déterminer la vitesse particulaire dans le milieu acoustique qui a permis de développer et valider une nouvelle méthode pour déterminer le TL.

Résumé français :

Cette étude vise à développer une méthode expérimentale pour caractériser la réponse vibro-acoustique de panneaux sous champ acoustique diffus (CAD) en s'abstenant de l'utilisation d'une chambre réverbérante. La méthodologie proposée repose sur un modèle théorique d'un CAD et sur la mesure de fonctions de sensibilité qui caractérisent la réponse vibro-acoustique du panneau lorsqu'il est excité par des ondes planes pariétales. Ces fonctions peuvent être estimées expérimentalement à partir de divers principes de réciprocité décrits dans ce papier. Ces principes peuvent aussi bien être appliqués pour caractériser la réponse structurelle du panneau en l'excitant par un effort normal au point d'intérêt, que pour la réponse acoustique (pression rayonnée, intensité acoustique) en excitant le panneau par une source monopolaire ou dipolaire. La méthode est validée numériquement et expérimentalement dans les deux cas d'application du principe de réciprocité. Une application à la détermination du facteur de perte par transmission est également présentée. Enfin, les résultats obtenus par cette méthode sont comparés à des mesures en chambres couplées (réverbérante-anéchoïque).

Vibroacoustic response of panels under diffuse acoustic field excitation from sensitivity functions and reciprocity principles

Abstract

This paper aims at developing an experimental method to characterize the vibroacoustic response of a panel to a diffuse acoustic field excitation with a different laboratory setup than those used in standards (*i.e.*, coupled rooms). The proposed methodology is based on a theoretical model of the diffuse acoustic field and on the measurement of the panel's sensitivity functions which characterize its vibroacoustic response to wall plane waves. These functions can be estimated experimentally using variations of the reciprocity principle which are described in the present paper. These principles can either be applied for characterizing the structural response by exciting the panel with a normal force at the point of interest or for characterizing the acoustic response (radiated pressure, acoustic intensity) by exciting the panel with a monopole and a dipole source. For both applications, the validity of the proposed approach is numerically and experimentally verified on a test case composed of a baffled simply supported plate. An implementation for estimating the sound transmission loss of the plate is finally proposed. The results are discussed and compared with measurements performed in a coupled anechoic-reverberant room facility following standards.

3.2 Introduction

The experimental vibroacoustic characterization of panels under a diffuse acoustic field (DAF) excitation is of great interest for the industry. This excitation is commonly used to determine the sound reduction index of panels as described in several standards using coupled reverberant-reverberant room [4, 64] or reverberant-anechoic room [5, 63] laboratory facilities. The DAF excitation is also encountered in transportation vehicles such as aircraft, satellite, high speed trains, and cars. Several studies have been carried out to predict the vibration response of a system to a diffuse field excitation and, ultimately, to be able to reduce vibration levels and/or study vibration fatigue [2, 53, 101]. Theoretically, a DAF is defined as an infinite set of uncorrelated plane waves with uniformly distributed incidence angles. In standard laboratory measurements, this excitation is reproduced using a reverberant room and only partially corresponds to its theoretical definition, es-

pecially below the Schroeder frequency of the room where the sound field is dominated by well-defined acoustic cavity modes. Even above the Schroeder frequency, the pressure field is not perfectly homogeneous and the lack of grazing incidence plane waves has been pointed out in the literature. Inter-laboratory variations of vibroacoustic measurements in reverberant rooms can be attributed to these phenomena, but other parameters are involved such as room dimensions, niche effects, panel mounting conditions, aperture size and measuring protocols [21, 40, 52].

In this context, the aim of this study is to investigate an alternative and robust approach to experimentally characterize a panel's response to a DAF excitation by using only the theoretical model of this excitation to overcome the limitations of a reverberant room measurement discussed above. Indeed, the mathematical formulation of a panel's vibroacoustic response when submitted to random excitations in the wavenumber domain allows estimating the system's response, at any point on the structure or in the acoustic medium, from wall-pressure cross spectral density (CSD) functions (characterizing the excitation) and from so-called 'sensitivity functions', which were introduced in [19, 59] for the analogous problem of panels excited by a turbulent flow. The latter are defined as the panel's response to wall-pressure plane waves and characterize the panel's vibroacoustic behavior. The estimation of the panel's response submitted to a DAF excitation therefore only requires the experimental measurement of sensitivity functions in the acoustic wavenumber domain.

A method is proposed for estimating the sensitivity functions experimentally. Whereas the direct interpretation of the sensitivity functions would require exciting the panel by sets of wall plane waves, which is not easy from an experimental point of view, an alternative method based on a reciprocity principle is proposed. The reciprocity principle states that the sensitivity functions at any point on the structure or in the acoustic medium are equivalent to the panel's velocity response expressed in the wavenumber domain when the system is excited by a vibration or acoustic source at the same point. From an experimental point of view, it is then only necessary to excite the system with a vibration or acoustic source and to apply a wavenumber transform to the measured transfer function between the panel velocity and the source magnitude to obtain the sensitivity functions for a wide range of wavenumbers. Globally, the proposed experimental process consists in exciting the panel with the source of given magnitude at the point of interest. The spatial vibratory response of the panel is then measured with a scanning laser vibrometer. In a subsequent post-processing phase, a discrete 2-D wavenumber transform of the measured vibratory field is performed to deduce the sensitivity functions. Finally, using the wall-pressure model

of a DAF and the previously estimated sensitivity functions, the response when the panel is excited by a DAF can be deduced at any point on the structure or in the acoustic medium. To evaluate the sound transmission loss, this process is repeated for a series of points belonging to a surface surrounding the panel to estimate the acoustic intensity at these points when the panel is excited by a DAF.

The remainder of the paper is organized as follows : the considered vibro-acoustic problem and the quantities characterizing a panel under a DAF are described in Sec. 3.3. Then, the mathematical formulation of the vibro-acoustic problem is presented in Sec. 3.4 where the sensitivity functions appearing in the formulation are defined. An alternative interpretation of these functions based on the reciprocity principle is proposed in Sec. 3.5. This interpretation suggests a simple implementation for measuring the sensitivity functions. The proposed methodology for characterizing the panel response under a diffuse acoustic field is summarized in Sec. 3.6. Numerical and experimental validations are provided in Sec. 3.7. Finally, a comparison with measurements performed following standards [5] is proposed in Sec. 3.8.

3.3 Vibroacoustic characterization of panels under diffuse acoustic field

Let us consider a baffled panel of surface Σ_p with arbitrary boundary conditions separating two semi-infinite acoustic domains. Each of these acoustic domains is characterized by a mass density ρ_0 and a sound velocity c_0 . As shown in Fig. 3.1, one supposes that a DAF is generated on one side of the panel. We define $\mathbf{x} = (x, y, z)$ the observation point in the receiving half space $z > 0$ or on the panel $z = 0$ and $\tilde{\mathbf{x}} = (\tilde{x}, \tilde{y})$ the excitation point on the panel surface. Both points are defined in the Cartesian coordinate system (x, y, z) shown in Fig. 3.1.

To experimentally characterize the vibroacoustic behavior of this panel, two quantities are considered :

- the one-sided normal velocity frequency response v at a given point on the panel, which for random excitations is given by the auto spectral density (ASD) function of the normal velocity $G_{vv}(\mathbf{x}, f)$,

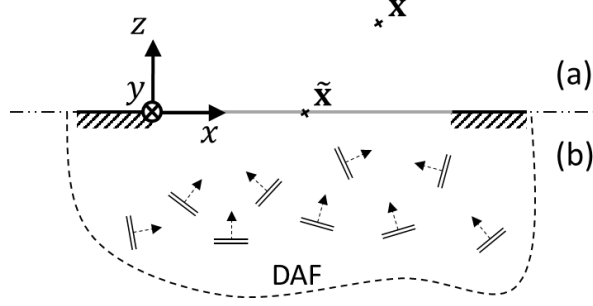


Figure 3.1 Panel (gray line) and coordinate system. (a) receiving side : semi-infinite domain. (b) source side : theoretical DAF.

- the transmission loss (TL) defined by

$$TL(f) = 10 \log_{10} \left(\frac{\Pi_{inc}(f)}{\Pi_{rad}(f)} \right), \quad (3.1)$$

where f is the frequency and is considered positive.

The incident acoustic power and the radiated acoustic power are denoted Π_{inc} and Π_{rad} , respectively. For a DAF exciting a panel of area Σ_p , the incident acoustic power is theoretically given by [98]

$$\Pi_{inc}(f) = \frac{G_{p_b p_b}(f) \Sigma_p}{8 \rho_0 c_0}, \quad (3.2)$$

where $G_{p_b p_b}(f)$ is the one-sided frequency wall-pressure ASD function and the factor 8 accounts for pressure doubling at the panel surface [29]. The radiated power of the panel into the receiving medium is obtained by integrating the normal active sound intensity flow passing through a virtual surface Σ_v surrounding the panel

$$\Pi_{rad}(f) = \iint_{\Sigma_v} \mathbf{I}_{act}(\mathbf{x}, f) \cdot \mathbf{n} \, d\mathbf{x}, \quad (3.3)$$

\mathbf{n} being the unit exterior vector normal to Σ_v , $d\mathbf{x}$ the surface element and $\mathbf{I}_{act}(\mathbf{x}, f)$ the active sound intensity at point \mathbf{x} . The latter is directly related to the one-sided frequency CSD function $G_{pv_0}(\mathbf{x}, f)$ between the sound pressure p and the particle velocity v_0 at point \mathbf{x} with [45]

$$\mathbf{I}_{act}(\mathbf{x}, f) = \text{Re}\{G_{pv_0}(\mathbf{x}, f)\}. \quad (3.4)$$

Theoretically, the radiated power is obtained by solving the formal integral in Eq. (3.3). For numerical and experimental applications, the integral of Eq. (3.3) may be approximated

by discretizing the surface Σ_v and using the rectangular integration rule :

$$\Pi_{rad}(f) \approx \sum_{\mathbf{x} \in \sigma_v} \mathbf{I}_{act}(\mathbf{x}, f) \mathbf{n} \delta \mathbf{x}, \quad (3.5)$$

where σ_v represents the set of points defined on Σ_v and $\delta \mathbf{x}$ is the elementary point area.

To characterize the vibration response of a panel to a DAF, it is then necessary to evaluate G_{vv} at the considered point on the panel while the evaluation of G_{pv_0} for the set of points σ_v is required to estimate the TL. An approach for evaluating these quantities based on deterministic transfer functions and using a reciprocity principle is presented in the following sections.

3.4 Mathematical formulation of the vibroacoustic response of panels under diffuse acoustic field

Let us consider the blocked wall-pressure field $p_b(\tilde{\mathbf{x}}, t)$ exerted on the panel by a DAF excitation at point $\tilde{\mathbf{x}}$ as a function of time. The response of the panel at point \mathbf{x} when the panel is excited by $p_b(\tilde{\mathbf{x}}, t)$ is denoted $\alpha(\mathbf{x}, t)$. If \mathbf{x} is on the panel, α stands for v whereas it stands for p or v_0 if \mathbf{x} is in the acoustic domain. This response can be expressed by the convolution product [84]

$$\alpha(\mathbf{x}, t) = \iint_{\Sigma_p} \int_{-\infty}^{\infty} h_{\alpha/F_n}(\mathbf{x}, \tilde{\mathbf{x}}, t - \tau) p_b(\tilde{\mathbf{x}}, \tau) d\tau d\tilde{\mathbf{x}}, \quad (3.6)$$

where $h_{\alpha/F_n}(\mathbf{x}, \tilde{\mathbf{x}}, t)$ is the impulse response (structural velocity, acoustic pressure or particle velocity-wise) at point \mathbf{x} for a normal unit force applied at point $\tilde{\mathbf{x}}$. Assuming that the random process is ergodic, the cross-correlation function $R_{\alpha\alpha'}(\mathbf{x}, t)$ is defined by

$$R_{\alpha\alpha'}(\mathbf{x}, t) = \int_{-\infty}^{\infty} \alpha(\mathbf{x}, \tau) \alpha'(\mathbf{x}, t + \tau) d\tau. \quad (3.7)$$

where α' also designates v , p or v_0 . Introducing Eq. (3.6) in Eq. (3.7) and performing a time Fourier transform of the resulting expression of the cross-correlation function gives the space-frequency spectrum $S_{\alpha\alpha'}(\mathbf{x}, \omega)$, which after some manipulations (see [84] for details) can be written as

$$S_{\alpha\alpha'}(\mathbf{x}, \omega) = \iint_{\Sigma_p} \iint_{\Sigma_p} H_{\alpha/F_n}(\mathbf{x}, \tilde{\mathbf{x}}, \omega) H_{\alpha'/F_n}^*(\mathbf{x}, \tilde{\mathbf{x}}, \omega) S_{p_b p_b}(\tilde{\mathbf{x}}, \tilde{\mathbf{x}}, \omega) d\tilde{\mathbf{x}} d\tilde{\mathbf{x}}, \quad (3.8)$$

where $H_{\alpha/F_n}(\mathbf{x}, \tilde{\mathbf{x}}, \omega)$ is the time Fourier transform of $h_{\alpha/F_n}(\mathbf{x}, \tilde{\mathbf{x}}, t)$ and corresponds to the panel frequency response function (velocity, pressure or particle velocity-wise) at point \mathbf{x} when it is excited by a normal force F_n applied at point $\tilde{\mathbf{x}}$; $S_{p_b p_b}(\tilde{\mathbf{x}}, \tilde{\mathbf{x}}, \omega)$ is the time Fourier transform of the cross-correlation function of the blocked wall-pressure; finally $*$ is the complex conjugate. Defining the wavenumber-frequency spectrum of the wall-pressure $S_{p_b p_b}(\mathbf{k}, \omega)$ as the wavenumber transform of the space-frequency spectrum $S_{p_b p_b}(\tilde{\mathbf{x}}, \tilde{\mathbf{x}}, \omega)$, one has

$$S_{p_b p_b}(\tilde{\mathbf{x}}, \tilde{\mathbf{x}}, \omega) = \frac{1}{4\pi^2} \iint_{-\infty}^{\infty} S_{p_b p_b}(\mathbf{k}, \omega) e^{j\mathbf{k}(\tilde{\mathbf{x}}-\tilde{\mathbf{x}})} d\mathbf{k}. \quad (3.9)$$

where $\mathbf{k} = (k_x, k_y)$ is the wavevector defined in the plane (x, y) and $d\mathbf{k}$ is the two-dimensional wavenumber element. By introducing Eq. (3.9) in Eq. (3.8) and rearranging the terms, one obtains

$$S_{\alpha\alpha'}(\mathbf{x}, \omega) = \frac{1}{4\pi^2} \iint_{-\infty}^{\infty} H_{\alpha}(\mathbf{x}, \mathbf{k}, \omega) H_{\alpha'}^*(\mathbf{x}, \mathbf{k}, \omega) S_{p_b p_b}(\mathbf{k}, \omega) d\mathbf{k}, \quad (3.10)$$

where

$$H_{\alpha}(\mathbf{x}, \mathbf{k}, \omega) = \iint_{\Sigma_p} H_{\alpha/F_n}(\mathbf{x}, \tilde{\mathbf{x}}, \omega) e^{-j\mathbf{k}\tilde{\mathbf{x}}} d\tilde{\mathbf{x}}. \quad (3.11)$$

The $H_{\alpha}(\mathbf{x}, \mathbf{k}, \omega)$ functions are called the sensitivity functions [69] and characterize the vibroacoustic behavior of the panel. The function $H_{\alpha/F_n}(\mathbf{x}, \tilde{\mathbf{x}}, \omega)$ is the time Fourier transform $h_{\alpha/F_n}(\mathbf{x}, \tilde{\mathbf{x}}, t)$ and, therefore, corresponds to the transfer function between the panel velocity frequency response and the frequency spectrum of the applied effort.

The wall-pressure CSD function in the space-frequency domain of a DAF can be expressed by [32]

$$S_{p_b p_b}(r, \omega) = S_{p_b p_b}(\omega) \frac{\sin(k_0 r)}{k_0 r}, \quad (3.12)$$

where $r = |\tilde{\mathbf{x}} - \tilde{\mathbf{x}}|$, $k_0 = \omega/c_0$ is the acoustic wavenumber and $S_{p_b p_b}(\omega)$ is the wall-pressure ASD function. The space-wavenumber transform of Eq. (3.12) gives the wall-pressure CSD function in the wavenumber-frequency space

$$S_{p_b p_b}(\mathbf{k}, \omega) = S_{p_b p_b}(\omega) \Phi_{p_b p_b}(\mathbf{k}, \omega), \quad (3.13)$$

where

$$\Phi_{p_b p_b}(\mathbf{k}, \omega) = \begin{cases} \frac{2\pi}{k_0} \frac{1}{\sqrt{k_0^2 - |\mathbf{k}|^2}} & \text{if } |\mathbf{k}| < k_0 \\ 0 & \text{if } |\mathbf{k}| \geq k_0 \end{cases}. \quad (3.14)$$

As the wall-pressure CSD function of a DAF is null for wavenumbers larger than the acoustic wavenumber, the integration domain involved in Eq. (3.10) can be restricted to the wavenumbers contained in the acoustic domain (*i.e.*, $|\mathbf{k}| < k_0$). Moreover, in practice, this integral is approximated considering a set of wavevectors in the acoustic domain Ω_k and using the rectangular integration rule. It should be stressed here that $S_{\alpha\alpha'}(\mathbf{x}, \omega)$ is a two-sided spectrum as a function of the angular frequency. It can be related to the one-sided spectrum as a function of the frequency $G_{\alpha\alpha'}(\mathbf{x}, f)$ by

$$G_{\alpha\alpha'}(\mathbf{x}, f) = 4\pi S_{\alpha\alpha'}(\mathbf{x}, \omega). \quad (3.15)$$

For the sake of coherence with experiments, one-sided frequency spectra will be considered in the remainder of the article.

According to Eq. (3.10) and (3.15), the one-sided frequency ASD function of the velocity v at point \mathbf{x} ($z = 0$) of a panel excited by a DAF can be estimated with

$$G_{vv}(\mathbf{x}, f) \approx \frac{1}{4\pi^2} \sum_{\mathbf{k} \in \Omega_k} |H_v(\mathbf{x}, \mathbf{k}, \omega)|^2 G_{p_b p_b}(f) \Phi_{p_b p_b}(\mathbf{k}, \omega) \delta \mathbf{k}, \quad (3.16)$$

whereas the one-sided frequency CSD function between the pressure p and the particle velocity v_0 at a given point \mathbf{x} into the acoustic domain can be estimated with

$$G_{pv_0}(\mathbf{x}, f) \approx \frac{1}{4\pi^2} \sum_{\mathbf{k} \in \Omega_k} H_p(\mathbf{x}, \mathbf{k}, \omega) H_{v_0}^*(\mathbf{x}, \mathbf{k}, \omega) G_{p_b p_b}(f) \Phi_{p_b p_b}(\mathbf{k}, \omega) \delta \mathbf{k}, \quad (3.17)$$

where $\delta \mathbf{k}$ represents the wavenumber resolution and $G_{p_b p_b}(f) = 4\pi S_{p_b p_b}(\omega)$ is the one-sided frequency ASD function of the blocked wall-pressure.

To evaluate these two quantities, the sensitivity functions H_v , H_p and H_{v_0} for wavenumbers belonging to Ω_k are thus to be determined. A direct interpretation of these sensitivity functions can be deduced from Eq. (3.11). Since $H_{\alpha/F_n}(\mathbf{x}, \tilde{\mathbf{x}}, \omega)$ is the response α at point \mathbf{x} for a unit normal force at point $\tilde{\mathbf{x}}$, H_α represents the frequency response α at point \mathbf{x} due to a wall-pressure plane wave of wavevector $-\mathbf{k}$ (*i.e.*, due to the pressure field $e^{-j\mathbf{k}\tilde{\mathbf{x}}}$). This direct interpretation is depicted in Figs. 3.2(a), 3.2(c) and 3.2(e) for H_v , H_p and H_{v_0} , respectively.

The sensitivity functions must, therefore, be estimated only at the point of interest \mathbf{x} and for the set of wavevectors Ω_k . A large number of waves should be considered to entirely cover the acoustic wavenumber domain. Moreover, from an experimental point of view, wall-pressure plane waves cannot be easily reproduced. To circumvent these issues, another

interpretation of these sensitivity functions based on the reciprocity principle is given in the next section.

3.5 Alternative interpretation of the sensitivity functions

In order to propose another interpretation of the sensitivity functions, let us consider the standard reciprocity principle which states that the response of a system is invariant with respect to the exchange of points of excitation and observed response [46]. Following the previous notation, it can be translated into

$$H_{\alpha/F_n}(\mathbf{x}, \tilde{\mathbf{x}}, \omega) = H_{v/\bar{\alpha}}(\tilde{\mathbf{x}}, \mathbf{x}, \omega), \quad (3.18)$$

where $H_{v/\bar{\alpha}}(\tilde{\mathbf{x}}, \mathbf{x}, \omega)$ is the frequency response function between the panel velocity and a source $\bar{\alpha}$, dual of α . As the normal force F_n is applied on the panel, the exchanged observation point is also on the panel which explains why the right-hand side of Eq. (3.18) remains the velocity response of the panel, regardless of α . However the type of excitation source $\bar{\alpha}$ depends on α and it will be detailed below for each quantity considered for α .

Sticking to the general case, by introducing Eq. (3.18) in Eq. (3.11) one obtains

$$H_{\alpha}(\mathbf{x}, \mathbf{k}, \omega) = \iint_{\Sigma_p} H_{v/\bar{\alpha}}(\tilde{\mathbf{x}}, \mathbf{x}, \omega) e^{-j\mathbf{k}\tilde{\mathbf{x}}} d\tilde{\mathbf{x}}. \quad (3.19)$$

The right hand side of Eq. (3.19) can be interpreted as the space-wavenumber transform of $H_{v/\bar{\alpha}}(\tilde{\mathbf{x}}, \mathbf{x}, \omega)$ with respect to the spatial variable $\tilde{\mathbf{x}}$. The points $\tilde{\mathbf{x}}$ become observation points on the panel surface Σ_p , which means that the space-wavenumber transform is performed over the vibration velocity field of the panel. To sum up, the sensitivity function $H_{\alpha}(\mathbf{x}, \mathbf{k}, \omega)$ may be obtained by exciting the panel with a source $\bar{\alpha}$ at point \mathbf{x} and by calculating the space-wavenumber transform of the panel velocity frequency response normalized by the source frequency spectrum. This second interpretation of the sensitivity functions is now detailed for the three cases involved in the evaluation of the panel response excited by a DAF.

Case of plate velocity ($\alpha = v$) : The reciprocity principle states [86] that the ratio of the normal velocity of the panel at point \mathbf{x} over the applied normal force at point $\tilde{\mathbf{x}}$ is equal to the ratio of the normal velocity of the panel at point $\tilde{\mathbf{x}}$ over the normal force

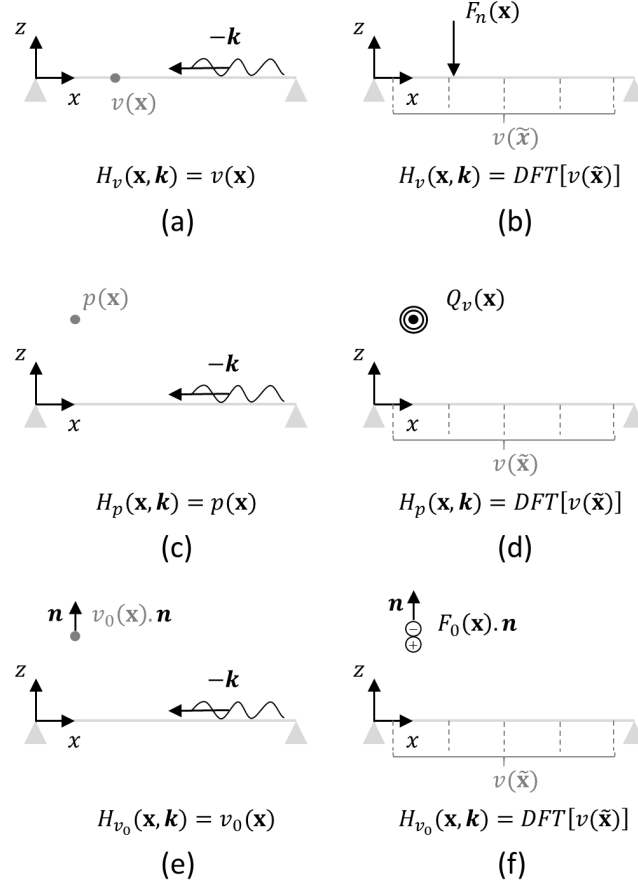


Figure 3.2 Direct interpretation of the sensitivity functions : (a) H_v , (c) H_p , (e) H_{v_0} and corresponding reciprocal interpretation (b) H_v , (d) H_p , (f) H_{v_0} . (d) and (f) see appendix for demonstration.

applied at point \mathbf{x} . Eq. (3.18) becomes

$$H_{v/F_n}(\mathbf{x}, \tilde{\mathbf{x}}, \omega) = H_{v/F_n}(\tilde{\mathbf{x}}, \mathbf{x}, \omega). \quad (3.20)$$

In this case, $\bar{\alpha}$ is a normal force and thus, the sensitivity function $H_v(\mathbf{x}, \mathbf{k}, \omega)$ is obtained by exciting the panel with a normal force at point \mathbf{x} and by performing a space-wavenumber transform of the transfer function between the panel vibration velocity response and the force frequency spectrum, as illustrated in Fig. 3.2(b).

Case of radiated pressure ($\alpha = p$) : Lyamshev reciprocity relations for elastic structures excited by point forces [46] indicate that the ratio of the pressure at point \mathbf{x} over the applied normal force at point $\tilde{\mathbf{x}}$ is equal to the ratio of the normal velocity of the panel at point $\tilde{\mathbf{x}}$ over the volume velocity Q_v of a monopole source placed at point \mathbf{x} . The

demonstration of this particular reciprocity relation according to Lyamshev [71] is provided in Appendix 3.11.1 (this classical demonstration is useful to introduce reciprocity in terms of particle velocity and dipole source strength, which is demonstrated in appendix 3.11.2). In this case $\bar{\alpha}$ is a monopole source of volume velocity Q_v and Eq. (3.18) becomes

$$H_{p/F_n}(\mathbf{x}, \tilde{\mathbf{x}}, \omega) = H_{v/Q_v}(\tilde{\mathbf{x}}, \mathbf{x}, \omega). \quad (3.21)$$

The sensitivity function $H_p(\mathbf{x}, \mathbf{k}, \omega)$ is therefore obtained by exciting the panel with a monopole source at point \mathbf{x} and by performing a space-wavenumber transform of the panel vibration velocity response normalized by the frequency spectrum of the monopole's volume velocity, as illustrated in Fig. 3.2(d).

Case of particle velocity ($\alpha = v_0$) : Fahy stated that the reciprocity relationship could be extended to acoustic dipoles and particle velocities [46], however no demonstration could be found in the literature. As a point dipole can be represented by a point force injected in the fluid, the ratio of the particle velocity at point \mathbf{x} over the applied normal force at point $\tilde{\mathbf{x}}$ is equal to the ratio of the normal velocity of the panel at point $\tilde{\mathbf{x}}$ over the force injected in the fluid F_0 at point \mathbf{x} . This latter reciprocity relation is demonstrated in Appendix 3.11.2. The dual source $\bar{\alpha}$ being a dipole source of force F_0 injected in the fluid, Eq. (3.18) now becomes

$$H_{v_0/F_n}(\mathbf{x}, \tilde{\mathbf{x}}, \omega) = H_{v/F_0}(\tilde{\mathbf{x}}, \mathbf{x}, \omega) \quad (3.22)$$

As demonstrated in Appendix 3.11.2, the force F_0 is injected in the same direction \mathbf{n} as the desired direction of the particle velocity v_0 . One can obtain the sensitivity function $H_{v_0}(\mathbf{x}, \mathbf{k}, \omega)$ by exciting the panel with a dipole source at point \mathbf{x} and by performing a space-wavenumber transform of the panel vibration velocity response normalized by the frequency spectrum of the force injected by the dipole source in the fluid, as illustrated in Fig. 3.2(f).

To sum up, the sensitivity functions can be obtained by exciting the system at the point of interest \mathbf{x} and by performing a space-wavenumber transform of the panel velocity field. In practice, the vibratory field has to be measured on a regular grid of points denoted $\Gamma_{\tilde{\mathbf{x}}}$, using a scanning laser vibrometer, for example. The space-wavenumber transform is therefore approximated by a discrete Fourier transform. In order to avoid aliasing effects, the spatial resolution $\delta\tilde{\mathbf{x}}$ over $\Gamma_{\tilde{\mathbf{x}}}$ should be determined so that the spatial variations of the vibratory field can be correctly represented by the grid of points. For a homogeneous

isotropic thin panel, $\delta\tilde{\mathbf{x}}$ should be less than or equal to a quarter of the natural flexural wavelength of the panel λ_f at the highest frequency of interest. For a more complex panel, a preliminary study should be carried out to define this parameter (for instance, by using a numerical model of the panel or by using a trial and error procedure).

3.6 Description of the proposed methodology

A methodology for experimentally estimating the vibroacoustic response of a panel excited by a DAF is now presented. This methodology is based on Eqs. (3.16) and (3.17), and the second interpretation of the sensitivity functions, as described in the previous section.

Vibration response of the panel : The methodology for evaluating the velocity ASD function G_{vv} at a given point \mathbf{x} of the panel ($z = 0$) can be summarized as follows :

- Excite the panel with a normal mechanical force at point \mathbf{x} (for instance by using a shaker) and measure the normal velocity response of the panel at points $\tilde{\mathbf{x}} \in \Gamma_{\tilde{\mathbf{x}}}$ to determine $H_{v/F_n}(\tilde{\mathbf{x}}, \mathbf{x}, \omega)$,
- Perform a discrete Fourier transform of the panel velocity response $H_{v/F_n}(\tilde{\mathbf{x}}, \mathbf{x}, \omega)$ (with respect to $\tilde{\mathbf{x}}$) to obtain the sensitivity functions $H_v(\mathbf{x}, \mathbf{k}, \omega)$ at point \mathbf{x} for $\mathbf{k} \in \Omega_k$,
- Use Eqs. (3.16) and (3.14) to estimate the velocity ASD function G_{vv} at point \mathbf{x} under an ideal DAF excitation.

Acoustic response of the panel : The acoustic response of the panel is characterized by the TL as described in Sec. 3.3. It can be obtained by following the next five steps :

- Excite the panel with a monopole source at a given point of interest \mathbf{x} and measure the normal velocity response of the panel at points $\tilde{\mathbf{x}} \in \Gamma_{\tilde{\mathbf{x}}}$ to determine $H_{v/Q_v}(\tilde{\mathbf{x}}, \mathbf{x}, \omega)$,
- Excite the panel with a dipole source at a given point of interest \mathbf{x} and measure the normal velocity response of the panel at points $\tilde{\mathbf{x}} \in \Gamma_{\tilde{\mathbf{x}}}$ to determine $H_{v/F_0}(\tilde{\mathbf{x}}, \mathbf{x}, \omega)$,
- Perform a discrete Fourier transform of the panel velocity responses obtained for both monopole and dipole cases to estimate the sensitivity functions $H_p(\mathbf{x}, \mathbf{k}, \omega)$ and $H_{v_0}(\mathbf{x}, \mathbf{k}, \omega)$ at point \mathbf{x} ,

- Calculate the pressure – particle velocity CSD function at point \mathbf{x} using Eqs. (3.17) and (3.14),
- Calculate the active sound intensity at point \mathbf{x} using Eq. (3.4).

The five previous steps are repeated for points $\mathbf{x} \in \sigma_v$ (discretizing the whole virtual surface Σ_v surrounding the panel) to calculate the radiated power using Eq. (3.5). The TL is finally deduced using Eq. (3.1) while the incident acoustic power is evaluated with Eq. (3.2).

3.7 Numerical and experimental validation of the proposed approach

3.7.1 Test case description

For numerical and experimental validation purposes a test case is considered, which consists in a rectangular thin aluminum plate, simply supported on its four edges, baffled, and submitted to a DAF excitation on one side. This baffled plate separates two semi-infinite domains filled with air ($\rho_0 = 1.3 \text{ kg.m}^{-3}$ and $c_0 = 343 \text{ m.s}^{-1}$). The plate's geometrical and mechanical properties are detailed in Table 3.1. The structural loss factor η_{mn} of the (m, n) mode has been experimentally estimated using the -3 dB bandwidth method on the first few resonances of the plate and is taken into account in the numerical simulations. A mean value of $\eta = 0.005$ has been measured. Simply-supported boundary conditions have been chosen because they lead to a simple analytical solution of the plate equation of motion. In addition, the experimental setup proposed by Robin et al. [99] for reproducing these boundary conditions has already been validated.

The frequency range of interest is [170, 2000 Hz] with a frequency resolution of 0.625 Hz. The low frequency limit is set according to the frequency response of the monopole source and the high frequency limit has been chosen arbitrarily. This frequency range is below the critical frequency of the panel, f_c , given by

$$f_c = \frac{c_0^2}{2\pi} \sqrt{\frac{\rho h}{D}}, \quad (3.23)$$

where $D = \frac{Eh^3}{12(1-\nu^2)}$ is the flexural stiffness. For the considered case, $f_c = 3867 \text{ Hz}$.

In this section, we will focus on :

Tableau 3.1 Properties of the simply supported aluminum plate.

Parameter (Symbol), Unit	Value
Young's modulus (E), GPa	68.9
Poisson's ratio (ν)	0.3
Mass density (ρ), kg/m ³	2740
Length (L_x), mm	480
Width (L_y), mm	420
Thickness (h), mm	3.17

- the velocity sensitivity functions H_v at point \mathbf{x}_M of coordinates $(x = 0.06 \text{ m}, y = 0.3 \text{ m}, z = 0 \text{ m})$ on the plate,
- the pressure and particle velocity sensitivity functions H_p and H_{v_0} at point \mathbf{x}_N of coordinates $(x = 0.06 \text{ m}, y = 0.3 \text{ m}, z = 0.1 \text{ m})$ into the acoustic medium. The particle velocity v_0 will be determined in direction z ,
- the frequency response of the velocity response at point \mathbf{x}_M and of the active intensity at point \mathbf{x}_N in the direction z .

To apply the methodology described in Sec. 3.6, the panel velocity field has to be measured or calculated on a grid of points $\Gamma_{\tilde{\mathbf{x}}}$. In the following, a uniform mesh of 15×13 points is considered in directions x and y respectively and a gap of 30 mm along the edges is left for practical reasons. This leads to a spatial resolution of $\delta_x = \delta_y = 30 \text{ mm}$ and ensures at least 4 points per flexural wavelength for all frequencies of interest. The highest wavenumbers k_x^{max} and k_y^{max} that can be resolved in directions x and y , respectively, are given by

$$k_x^{max} = k_y^{max} = \frac{\pi}{\delta_x} = \frac{\pi}{\delta_y} \simeq 105 \text{ m}^{-1}. \quad (3.24)$$

These wavenumbers are well above twice the acoustic wavenumber (related to the Shannon criterion) at the highest frequency of interest (*i.e.*, $k_0 = 37 \text{ m}^{-1}$ at 2000 Hz). As a consequence, the considered grid of points provides correct estimation of the sensitivity functions in the acoustic wavenumber domain $\Omega_{\mathbf{k}}$. The wavenumber resolutions δk_x and δk_y in directions x and y respectively, are given by

$$\delta k_x = \frac{2\pi}{L_x} \simeq 13 \text{ m}^{-1} ; \delta k_y = \frac{2\pi}{L_y} \simeq 15 \text{ m}^{-1}. \quad (3.25)$$

These wavenumber resolutions are relatively large because of the small dimensions of the panel. In order to improve the wavenumber resolution, zero-padding is used to obtain a wavenumber resolution of 0.5 m^{-1} along k_x and k_y .

In order to assess the accuracy of the reciprocity approach for evaluating the panel sensitivity functions, the results obtained with this approach are compared with those obtained by considering the direct interpretation of these functions (as described in Sec. 3.4). This comparison will allow validating the uniform mesh of 15×13 points used for the discrete spatial Fourier transform of the panel velocity field. The numerical model used for this study is described in Appendix 3.12.

3.7.2 Experimental set-up

Fig. 3.3 shows the experimental setup used to measure the sensitivity functions. The plate was glued on thin blades and fixed on a frame as described in [99] to reproduce simply supported boundary conditions. To determine the velocity sensitivity functions H_v , the plate was excited by a normal force at point \mathbf{x}_M of coordinates $(x = 0.06 \text{ m}, y = 0.3 \text{ m}, z = 0 \text{ m})$. This force was applied using a TMS SmartShaker K2007E01 with integrated amplifier, which was fed with a swept sine over the considered frequency range and the force was measured using an impedance head PCB288D01 (as shown in Fig. 3.3(a)). An adapter was used between the impedance head and the plate reducing the area of mechanical coupling to approximately a 5 mm diameter circle.

For acoustic applications, the plate was baffled in a $1 \times 1 \text{ m}^2$ plywood panel of 2 cm thickness. The experiment was performed in a hemi-anechoic room and 10 cm thick sound absorbing foam (Decibel France Polyphone 63 T) was placed on the ground and around the plate (see Figs. 3.3(b) and 3.3(c)) to avoid potential reflections and possible influence of the background noise generated by the robot used to estimate the TL (see Figs. 3.3(c) and section 3.8.2). This allowed approaching fully anechoic conditions and ideal monopole and dipole excitations.

To estimate the pressure sensitivity functions at point \mathbf{x}_N of coordinates $(x = 0.06 \text{ m}, y = 0.3 \text{ m}, z = 0.1 \text{ m})$, the plate was excited by a Microflown Mid-High frequency monopole-HFM source at point \mathbf{x}_N fed with a white noise signal on the considered frequency range. The monopole source consists of a high impedance loudspeaker connected to a socket by a tube with an inner diameter of 15 mm. The frequency range over which the source is effective and acts like a monopole is $[100, 7000 \text{ Hz}]$. The calibration of the source (volume velocity Q_v per unit input voltage U) was obtained by measuring the radiated sound

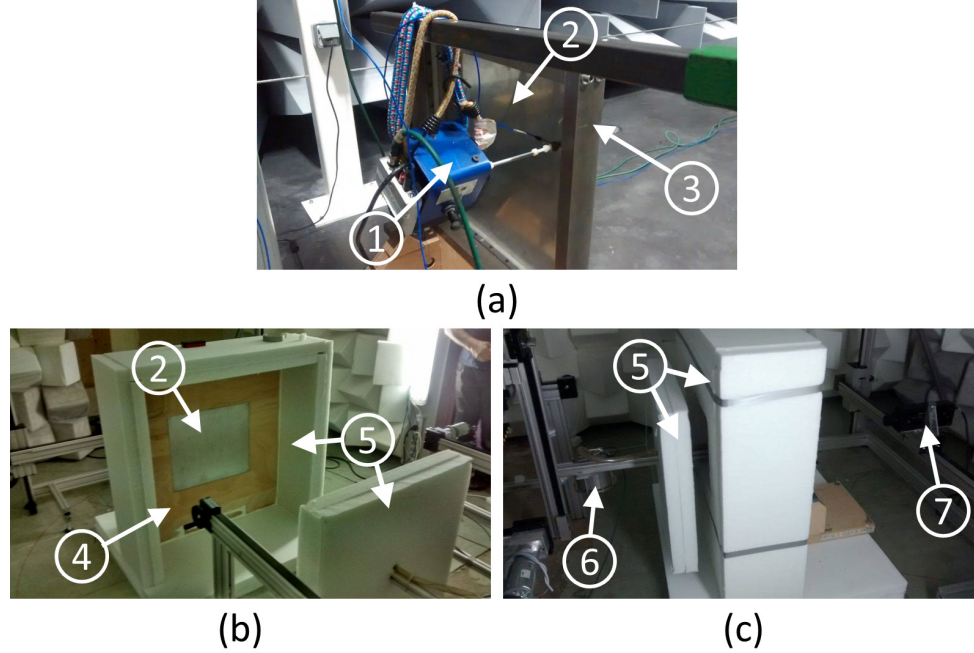


Figure 3.3 Experimental setup. (a) plate excited by a shaker to determine H_v . (b) and (c) baffled plate excited by a monopole source to determine H_p and H_{v_0} . 1 - shaker with impedance head. 2 - plate. 3 - frame. 4 - baffle. 5 - sound absorbing foam. 6 - monopole source mounted on 3-axis robot. 7 - single-point laser vibrometer mounted on 2-axis robot.

pressure p at a given distance r in anechoic conditions for a given input voltage U and using the theoretical model of a monopole in free field for the relation between p and Q_v . The effect of the tube on the frequency response has thereby been accounted for.

To estimate the particle velocity sensitivity functions at point \mathbf{x}_N in the direction z , the response of the plate to a dipole source has been reconstructed by exciting the plate with the same monopole source, still fed with a white signal and moved from the previous position by a distance $d = 3$ cm in the direction of the injected force (in this case z). Two monopoles close to each other and out of phase have been thereby reconstructed by subtracting the measured transfer functions H_v/Q_v . A preliminary experimental study in free field conditions and using the plate was performed to determine an appropriate separation d . It showed that below a separation of 0.5 cm, the vibration fields induced for both positions of the monopole source were not sufficiently different to be noticeably measured. On the other hand, above a separation of 5 cm, the directivity of the reconstructed dipole did not match that of a theoretical dipole. A value of 3 cm for d appeared to be an optimal value for the present case. It should be noted that the condition $k_0 d \ll 1$ does not hold at the highest frequencies. However, the induced vibrations were in accordance with the

response of a plate to a theoretical dipole. Since the numerical and experimental sensitivity functions and pressure - particle velocity CSD functions are in good agreement (see next section), these results validate the experimental method for reconstructing a dipole source.

According to the methodology described in Sec. 3.6, the vibratory response of the panel has been measured on the grid of 15×13 points with a single point laser vibrometer (PSV-300 Polytec for the case of a mechanical excitation and OFV-353 Polytec sensor head combined with a OFV-3001 controller for the case of a monopole and dipole excitation). Also, in each case, the time Fourier transform was directly performed in the post-processing software with ten linear averages.

3.7.3 Comparison between numerical and experimental results

3.7.3.1 Sensitivity functions

Fig. 3.4 shows the velocity sensitivity functions H_v obtained with the direct calculation and the reciprocal approach using numerical and experimental data, respectively. They are provided for three different frequencies, the lowest corresponding to the (2,1) vibration mode frequency (Fig. 3.4(a)) and the two others being off-resonance cases (Figs. 3.4(b) and 3.4(c)). The product of sensitivity functions H_p and $H_{v_0}^*$, which is involved in the expression of G_{pv_0} (Eq. (3.17)), is shown in Fig. 3.5 at the same frequencies. The circles of radius k_0 and $k_f = \sqrt{\frac{2\pi f_c}{c_0}} k_0$, corresponding to the acoustic and flexural natural wavenumbers respectively, are also indicated in Figs. 3.4 and 3.5.

In Fig. 3.4 and 3.5, results obtained by simulating numerically the direct and the reciprocity methods match perfectly. This validates the grid of points considered on the panel and the use of zero-padding to improve the wavenumber resolution without affecting the results. It also validates the method described above to reconstruct a dipole from two monopole sources.

In Fig. 3.4 and 3.5, the numerical and experimental results are generally in good agreement. One can observe that the sensitivity functions are slightly overestimated experimentally at the (2,1) vibration mode frequency compared to the numerical results. This can be explained by the fact that the modal damping loss factor has been estimated from the response of the plate to a shaker excitation. The added mass from the shaker possibly had an influence on the evaluation of the damping of the (2,1) mode.

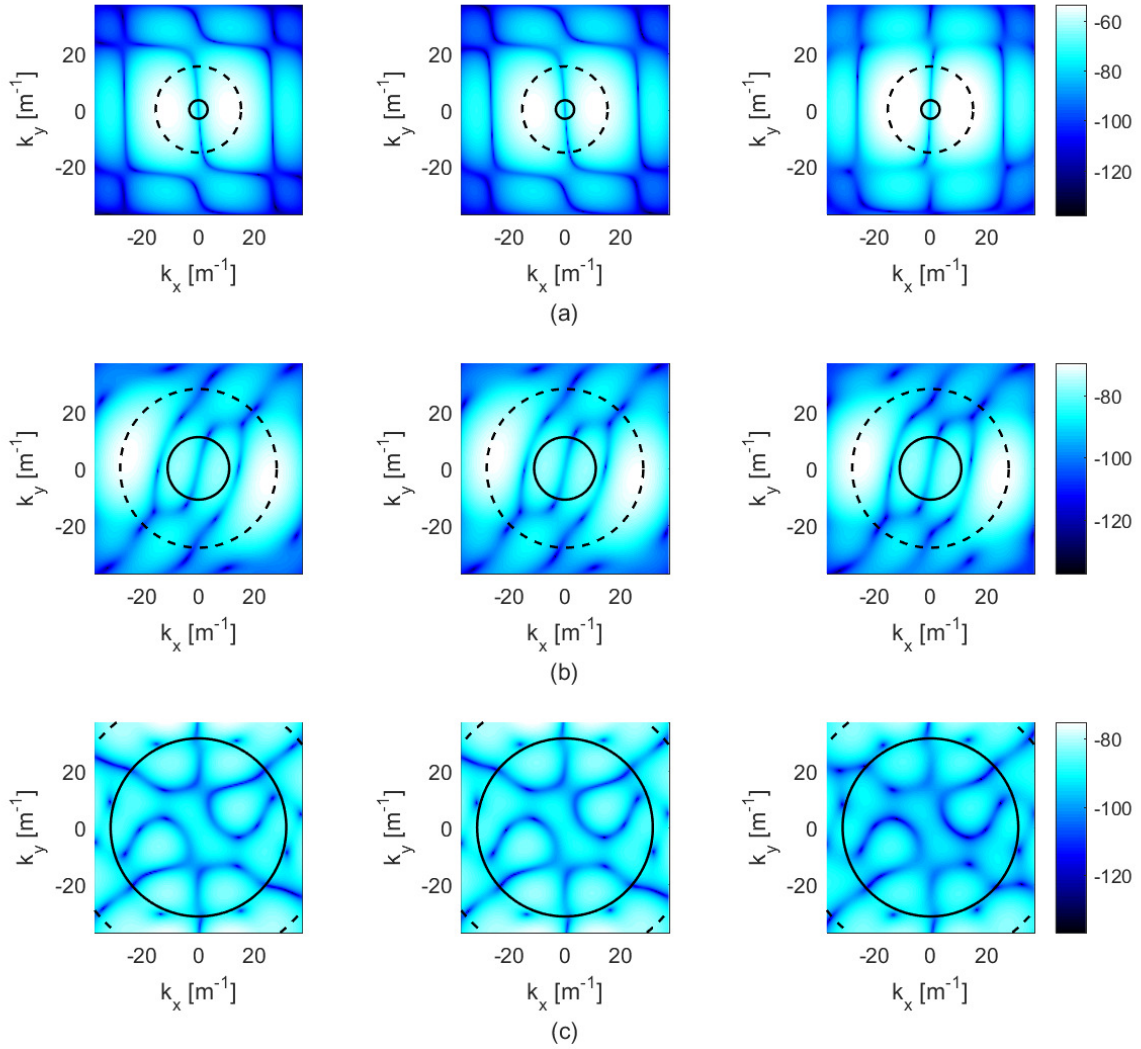


Figure 3.4 Velocity sensitivity functions at point \mathbf{x}_M , $|H_v|^2$ (dB, ref. $1 \text{ m}^2 \cdot \text{s}^{-2}$) : direct calculation (left), numerical reciprocity approach (middle), experimental reciprocity approach (right). (a) $f = 178 \text{ Hz}$. (b) $f = 600 \text{ Hz}$. (c) $f = 1710 \text{ Hz}$. - - -, circle of radius k_f . —, circle of radius k_0 .

A good agreement is particularly noticed within the acoustic wavenumber circle (delineated by a full line). Again, only values in the acoustic wavenumber domain contribute to the plate's vibroacoustic response to a DAF. However, the sensitivity functions are also correctly estimated experimentally for wavenumbers higher than the acoustic wavenumber.

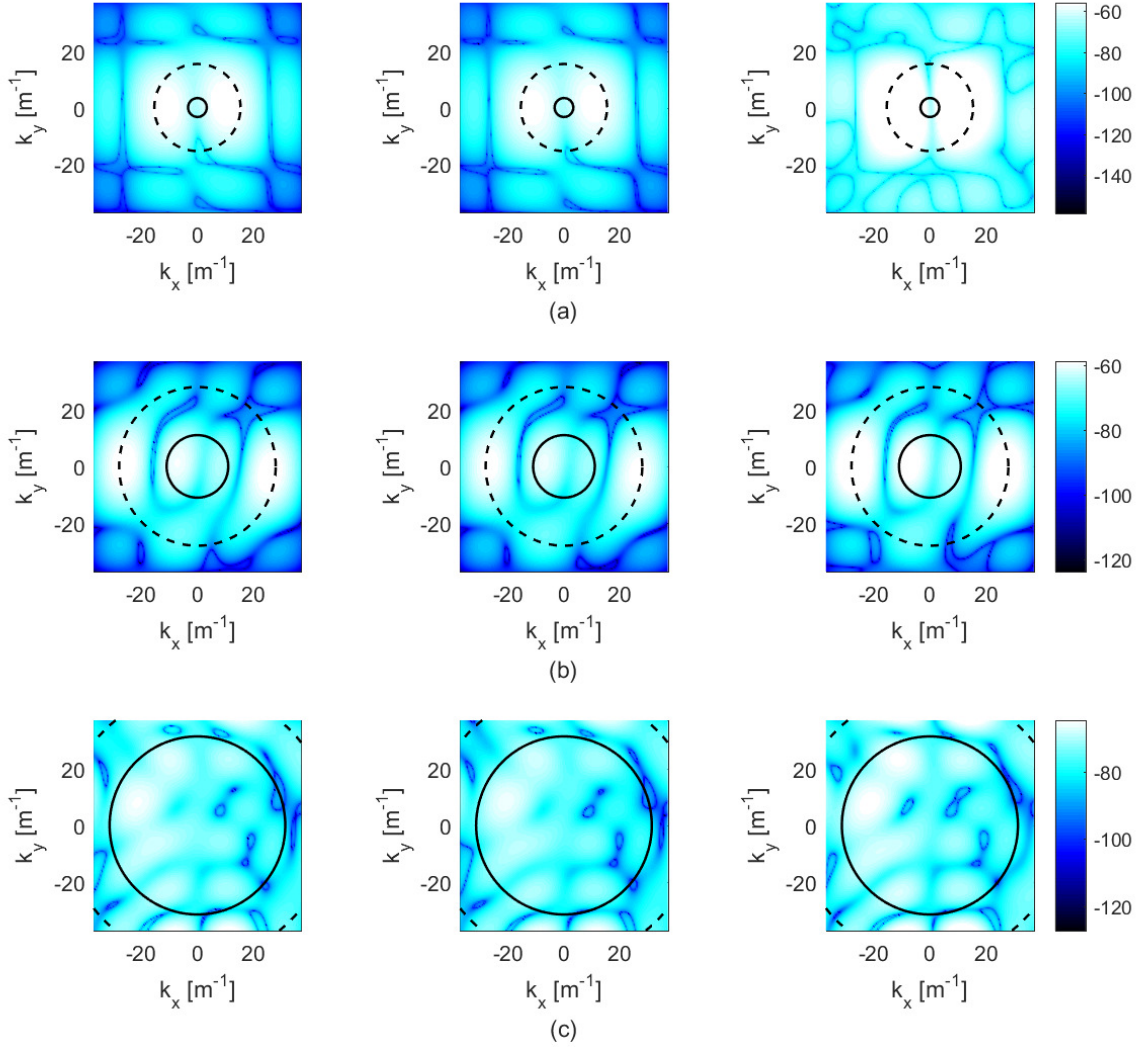


Figure 3.5 Product of sensitivity functions at point \mathbf{x}_N , $|\text{Re}\{H_p \times H_{v_0}^*\}|$ (dB, ref. 1 Pa.m.s^{-1}) : direct calculation (left), numerical reciprocity approach (middle), experimental reciprocity approach (right). (a) $f = 178 \text{ Hz}$. (b) $f = 600 \text{ Hz}$. (c) $f = 1710 \text{ Hz}$. - - -, circle of radius k_f . —, circle of radius k_0 .

3.7.3.2 Plate velocity ASD function

The velocity ASD function $G_{vv}(\mathbf{x}, f)$ at point \mathbf{x}_M of the panel excited by a DAF with a unit wall-pressure ASD function ($G_{p_b p_b}(f) = 1 \text{ Pa}^2.\text{Hz}^{-1}$) has been estimated using Eq. (3.16) and the three previously described sensitivity functions. Fig. 3.6(a) compares the results obtained with the direct calculation and the numerical reciprocity approach. The two curves are perfectly superimposed, showing that the sensitivity functions obtained with the two approaches are essentially identical in the acoustic domain and on the whole considered frequency range. The small noticeable peaks between resonance frequencies of

the plate on both curves are attributable to the wavenumber sampling in Eq. (3.16) which induces errors especially as $|\mathbf{k}|$ approaches k_0 , in which case the DAF wall-pressure CSD goes to infinity (see Eq. (3.14)).

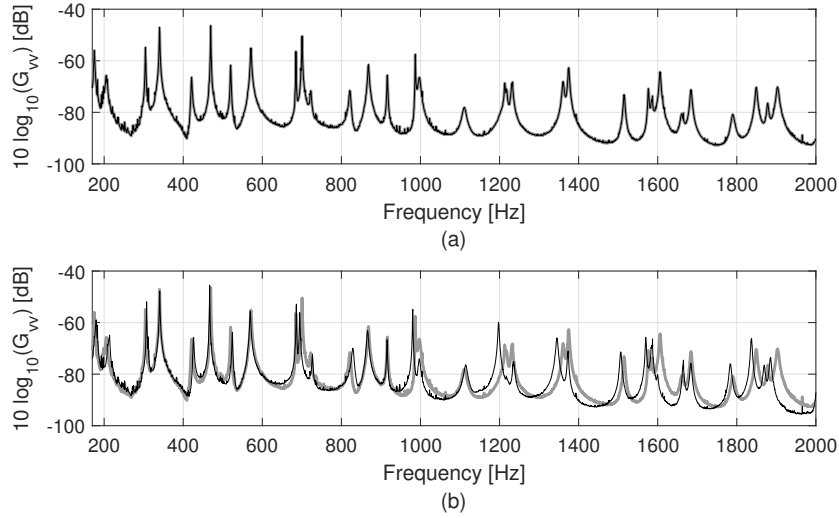


Figure 3.6 Velocity ASD functions G_{vv} (dB, ref. $1 \text{ m}^2 \cdot \text{s}^{-2} \cdot \text{Hz}^{-1}$). (a) direct calculation (bold gray line) vs. numerical reciprocity approach (light black line). (b) numerical reciprocity approach (bold gray line) vs. experimental reciprocity approach (light black line).

Fig. 3.6(b) compares the results obtained numerically and experimentally while considering the reciprocity method to estimate the sensitivity functions. A good agreement is observed between the two results, which experimentally validates the proposed methodology for the considered test case. Slight shifts of the resonance peaks in the high frequency range are noticed. They can be explained by small differences between the experimental and the theoretical boundary conditions of the panel or more likely by the added mass from the shaker.

3.7.3.3 Pressure – particle velocity CSD function

Fig. 3.7(a) shows the real part of the pressure – particle velocity CSD function $G_{pv_0}(\mathbf{x}, f)$ at point \mathbf{x}_N when the plate is excited by a DAF ($G_{p_b p_b}(f) = 1 \text{ Pa}^2 \cdot \text{Hz}^{-1}$). These results have been obtained using the direct calculation and the reciprocal approach for the sensitivity functions. Again, the two curves are in good agreement, which shows that the sensitivity functions H_p and H_{v_0} are properly determined on the entire frequency range using the reciprocity principle.

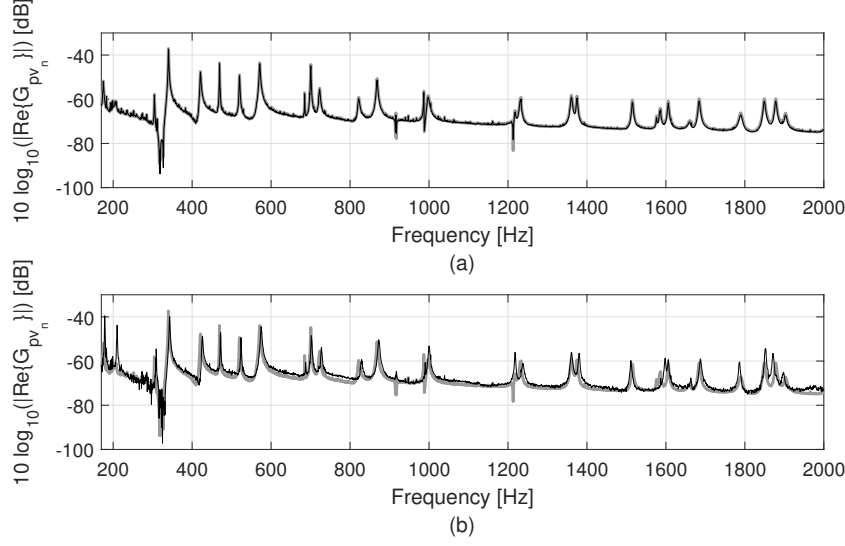


Figure 3.7 Pressure – particle velocity CSD functions $\text{Re}\{G_{pv}\}$ (dB, ref. $1 \text{ W}^2 \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{Hz}^{-1}$). (a) direct calculation (bold gray line) vs. numerical reciprocity approach (light black line). (b) numerical reciprocity approach (bold gray line) vs. experimental reciprocity approach (light black line).

The experimental and theoretical pressure – particle velocity CSD functions are compared in Fig. 3.7(b). Their good agreement shows that the active sound intensity is correctly estimated in this situation using the reciprocity approach. Furthermore, the experimental monopole and dipole excitations correctly reproduce the theoretical conditions. The resonance peaks are better estimated compared to those obtained to estimate the plate’s velocity ASD function in Fig. 3.6(b), particularly at high frequencies. This can be possibly explained by the accuracy in positioning the source which, for the experiment with the shaker was done manually (subject to more errors) whereas for the acoustic applications, it was controlled with a robot allowing a higher accuracy. A more likely explanation is the dynamic influence of the mass added with the shaker, which explains the slight shifts of the resonance peaks in Fig. 3.6(b).

3.8 Comparison with reverberant room measurements

The proposed approach is finally compared with measurements performed at the University of Sherbrooke transmission loss facility (coupled reverberant-anechoic rooms) using a plate similar to the one used in the previous section (similar dimensions, material and boundary conditions) and following test standard ASTM E2249-02 (2016) [5]. The reverberant room has a volume of approximately 140 m^3 ($7.5 \times 6.2 \times 3 \text{ m}^3$), and the Schroeder frequency of the room, above which the sound field can be considered diffuse, is approximately 410 Hz.

The plate was mounted in an existing niche between the coupled anechoic-reverberant rooms (the panel being flush mounted on the reverberant room side). A double-wall structure with mechanical decoupling was then built around the plate to prevent acoustic leaks and flanking paths, as described in [99]. A loudspeaker fed with a white noise signal excited the reverberant chamber.

3.8.1 Panel velocity response

A first experiment in the transmission loss facility was carried out to evaluate the vibratory response of the panel under a DAF. A PSV-300 Polytec scanning laser vibrometer placed on the anechoic side was used to measure the plate velocity ASD function. A 9×9 microphones array (1/4 inch B&K 4957) separated by 10 cm in directions x and y was centered to the plate and used to directly measure wall-pressure fluctuations 1 cm away from the plate. An average sound pressure level over all 81 microphones was then calculated to evaluate a mean wall-pressure ASD function $\bar{G}_{p_b p_b}(f)$ on the reverberant side.

The sensitivity functions of this second plate were estimated experimentally using the reciprocity method. Some differences with the sensitivity functions of the plate considered in Sec. 3.7 (not shown here) indicate that the positioning of the force applied with the shaker is not exactly at the considered point \mathbf{x}_M . Indeed, the position has a significant influence on the vibratory response, particularly at high frequencies where the mode shapes get more complex. The mounting base of the force sensors also has a finite diameter of approximately 5 mm, which makes the applied force not perfectly punctual. However, the modal frequencies correspond to the theory for both plates. The velocity ASD function was calculated using Eq. (3.16) and (3.14) whilst including the measured wall-pressure ASD function $\bar{G}_{p_b p_b}(f)$.

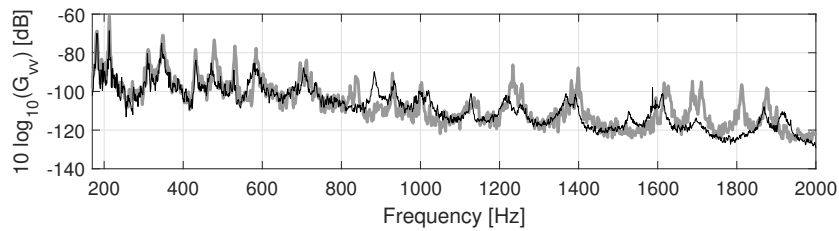


Figure 3.8 Velocity ASD functions G_{vv} (dB, ref. $1 \text{ m}^2 \cdot \text{s}^{-2} \cdot \text{Hz}^{-1}$) : reverberant room measurements (bold gray line) vs. experimental reciprocity approach (light black line).

The plate velocity ASD function measured in the reverberant room at point \mathbf{x}_M is compared to the result obtained with the proposed method in Fig. 3.8. The two obtained

responses are in good agreement up to 800 Hz. Above this frequency, differences are noticeable and can be explained with :

- the inaccuracy in the positioning of point \mathbf{x}_M where the velocity ASD function is measured in the reverberant chamber (corresponding to the point force position in the reciprocity method) whose influence increases with the frequency,
- the deviation of the pressure field in reverberant room to an ideal DAF. An analysis of the pressure field measured with the microphone array shows spatial variations in contradiction with the assumptions of a perfect DAF. Moreover, it is well known that a reverberant chamber has difficulty creating grazing incidence waves. The absence of grazing incidence waves can hardly be quantified as it varies from one reverberant room to another. Some authors suggest corrections on the theoretical model of the excitation to better represent the actual excitation in a reverberant room [67, 104].

3.8.2 Sound transmission loss

A second experiment in the transmission loss facility was conducted for estimating the plate TL. A 1/2 inch Bruel & Kjaer rotating microphone was used to measure the spatially-averaged sound pressure level L_p in far radiation field. The average sound intensity level L_I was measured on the anechoic side by using a Bruel & Kjaer sound intensity probe composed of two 1/2 inch microphones with a 12 mm spacing. The sound intensity probe was manually moved 5 cm away from the plate to scan over a parallel surface identical to the plate area, as described in [5] for the case of a plate flush mounted on the source side. The transmission loss of the structure is given by $TL = L_p - L_I - 6$ [58]. An illustration of this experiment and the considered virtual surface is given in Fig. 3.9(a).

In addition, the proposed methodology described in Sec. 3.6 for estimating the TL was applied. A numerical study on the definition of the virtual surface Σ_v (which is not detailed in this paper) showed that considering a virtual surface equal to the plate area and positioned 5 cm away from it would result in a slight overestimation of the TL, particularly at high frequencies. This overestimation is due to sound intensity levels outside the virtual surface Σ_v that are thus not taken into account in the calculation of the radiated power. The virtual surface Σ_v over which the active sound intensity should be estimated to obtain the radiated power should enclose the plate entirely. Therefore, the considered surface Σ_v was decomposed into 5 surfaces : (a), the surface S_z which is directly in the front of the plate, of dimensions $0.66 \text{ m} \times 0.6 \text{ m}$ and positioned at $z_v = 0.05 \text{ m}$; (b), the four lateral surfaces (denoted $S_x \pm, S_y \pm$ as shown in Fig. 3.9(b)) to enclose the whole panel. The active sound

intensity on S_z was calculated on a grid of 12×10 points uniformly distributed along x and y , respectively. The sound intensity was only calculated on 10 aligned points on $S_x \pm$ uniformly distributed along y and 12 aligned points on $S_y \pm$ uniformly distributed along x . In both case, the points were positioned at $z_v/2$. Note that in the reciprocal approach, the direction of the active sound intensity is defined by the direction of the force injected by the dipole (see Fig. 3.2(f)). To determine the active sound intensity at point \mathbf{x} using the reciprocity principle, the plate was excited successively by a monopole and dipole source at point \mathbf{x} .

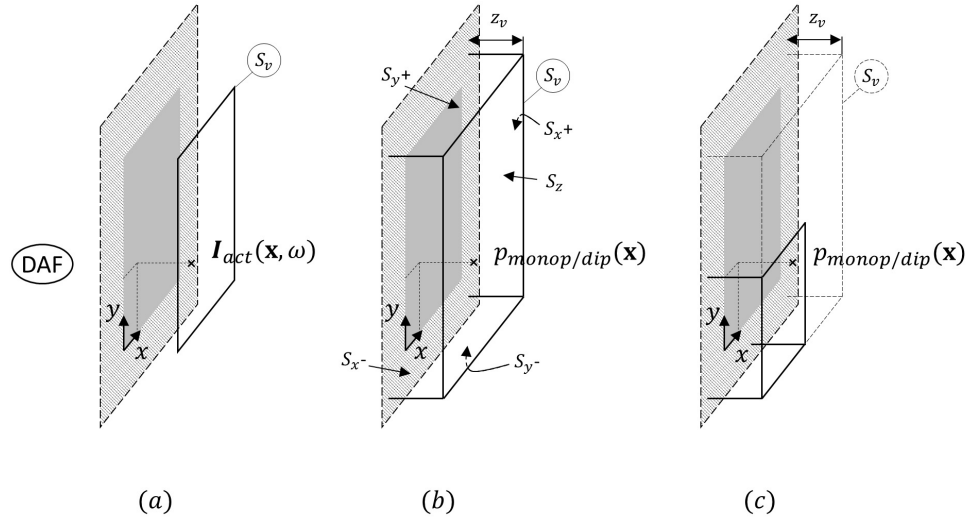


Figure 3.9 Illustration of the virtual surface Σ_v considered for estimating the radiated power. (a) in the transmission loss facility. (b) with the reciprocal approach. (c) with the reciprocal approach considering the symmetry properties of the system.

To reduce the number of excitation points and the measurement time, the symmetries of the system (with respect to $x = L_x/2$ and $y = L_y/2$) were considered. Only the points belonging to a fourth of Σ_v , as illustrated in Fig. 3.9(c), were considered, leading to a total of 40 positions of excitation as compared to 160 in Fig. 3.9(b). The experiment was performed in an anechoic room, using two translating robots to automate the process and ensure a positioning tolerance of 1 mm in each direction (see Figs. 3.3(b) and 3.3(c)). One robot was used to move the monopole source over each point σ_v defining the discretized surfaces (considering the above symmetry) and the other robot was used to move the OFV-353 Polytec sensor head to measure the panel velocity on a 15×13 point mesh.

As a reference to compare the following numerical and experimental results, a numerical model has been established to accurately evaluate the radiated power from wall pressure and wall velocity values. At the wall, the particle velocity sensitivity function H_{v_0} normal

to the plate is equal to the plate velocity sensitivity function H_v . Expressing it in the wavenumber domain allows using the wavenumber relation between the acoustic pressure and the particle velocity [119] and thus determining H_p at the wall. Finally, by expressing Eqs. (3.4), (3.5) and (3.17) in the wavenumber domain and using H_p and H_{v_0} determined at the wall, one obtains the radiated power directly at the wall.

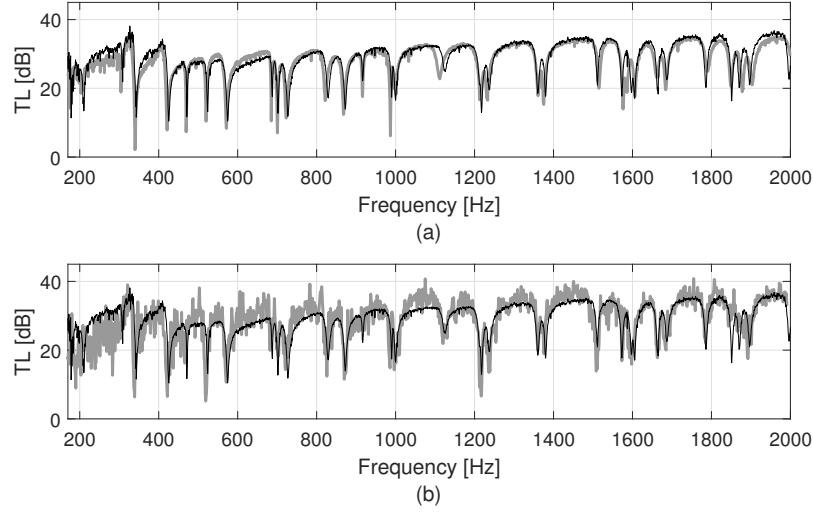


Figure 3.10 Transmission loss (dB). (a) numerical approach (bold gray line) vs. experimental reciprocity approach (light black line). (b) transmission loss facility (bold gray line) vs. experimental reciprocity approach (light black line).

Fig. 3.10(a) shows experimental results obtained based on the reciprocity method, while considering the virtual surface Σ_v described at the beginning of this section and illustrated in Figs. 3.9(b) and 3.9(c), versus simulation results for which the radiated power was evaluated at the panel surface. The curves match very well on the whole frequency range. This demonstrates that the proposed reciprocity approach accurately reproduces the theoretical TL for the considered test case. Moreover, it validates the definition of the virtual surface Σ_v considered in the experiment.

The experimental results obtained with the reciprocity principle are compared in Fig. 3.10(b) to the experimental results obtained in the transmission loss facility. The transmission loss facility results are noisier than those derived from the reciprocity principle. A good agreement is however noticed in general. Relatively small differences are noticeable above the Schroeder frequency (410 Hz). These could be explained by the non-perfectly diffuse character of the sound field in the reverberant room. On the other hand, below 410 Hz the TL measured in the transmission loss facility is on average 6.5 dB lower than the one obtained with the reciprocal approach. This is explained by the modal behavior of the re-

reverberant room below the Schroeder frequency, which enhances the non diffuse character of the incident sound field.

3.9 Conclusion

In this paper, a methodology for characterizing the response of flat panels to a diffuse acoustic field excitation without using a reverberant room was proposed. This approach is based on the mathematical formulation of the random excitation problem in the wavenumber domain. This formulation indicates that the panel's response at point \mathbf{x} (on the panel or in the acoustic medium) to a random field depends on two quantities in the wavenumber domain : the wall-pressure cross spectral density function of the excitation and on so-called 'sensitivity functions' at point \mathbf{x} which characterize the panel. Using the reciprocity principle, it has been shown that these functions can be determined from the panel velocity field in the wavenumber domain when the system is excited by a source of unit amplitude at the point of interest \mathbf{x} . The sensitivity functions can be estimated easily by experiment based on the reciprocal interpretation.

The proposed approach avoids the use of a reverberant room to determine the sound transmission loss factor and vibration response of plane panels under a diffuse field excitation. As the excitation is represented by an analytical model, this approach can be applied to experimentally characterize the vibroacoustic response of a panel to an ideal diffuse acoustic field. It should however be underlined that the main limitations of the proposed approach rely on the assumptions of the mathematical formulation of the problem : the system should be linear (*i.e.*, elastic material, small deformations) and time invariant, and the condition of a baffled panel in an anechoic environment should be verified (particularly for acoustic applications). It offers however a large field of applications.

From a practical point of view, an accurate experimental reproduction of the reciprocal sources is required (*i.e.*, normal force, monopole and dipole). A vibration measuring device is also needed to determine the vibratory response of the panel. For the determination of the sound transmission loss factor, the monopole and dipole excitations have to be applied on several points discretizing a virtual surface, which encloses the whole panel. For each position of the excitations, the vibratory field of the entire panel has to be measured, which, with the presented experimental set-up, is highly time-consuming. However, with the recently developed full-field vibration measuring techniques (such as digital image correlation or deflectometry [57]), it can be expected that the time of experiment would be significantly reduced in the future.

The method has been validated numerically and experimentally for the considered test case. Comparisons of numerical and experimental results have shown that the sensitivity functions have been well estimated both inside and outside the acoustic circle in the wavenumber domain. A good agreement between numerical and experimental results has also been obtained whether for the velocity spectrum at a point on the panel or for the sound intensity spectrum at a point in the acoustic domain. An application of the proposed methodology for estimating the sound transmission loss of the plate has been presented and the results have been compared with standard measurements in a coupled room facility. In the near future, the method will be extended to the characterization of panels excited by a turbulent boundary layer.

Appendices

3.11 Acoustic reciprocity principles : mathematical formulation of the different vibroacoustic problems

Let's consider a thin elastic structure in an acoustic medium of fluid density ρ_0 where sound waves propagate at a certain speed c_0 . The vibroacoustic response of a structure at any given point $\mathbf{x} = (x, y, z)$ (belonging to the acoustic medium or the structure) is studied for three separate loadings (as illustrated in Fig. 3.11) :

1. a normal point force at point $\tilde{\mathbf{x}}_f$,
2. a monopole source at point \mathbf{x}_m ,
3. a dipole source at point \mathbf{x}_d ,

where points belonging to the structure are denoted $\tilde{\mathbf{x}}$.

Any kind of thin elastic structure can be considered ; and the excitation and observation point $(p^{(i)}(\mathbf{x}), i = 1, 2 \text{ or } 3)$ can either be internal or external to the structure. It is also assumed that there is no other acoustic loading on the other side of the structure. The monopole source can be introduced in the Helmholtz equation by a Dirac function at point \mathbf{x}_m . As a dipole source is defined by two monopoles separated by a distance d (supposedly small compared to the acoustic wavelength) and out of phase, a dipole source is introduced

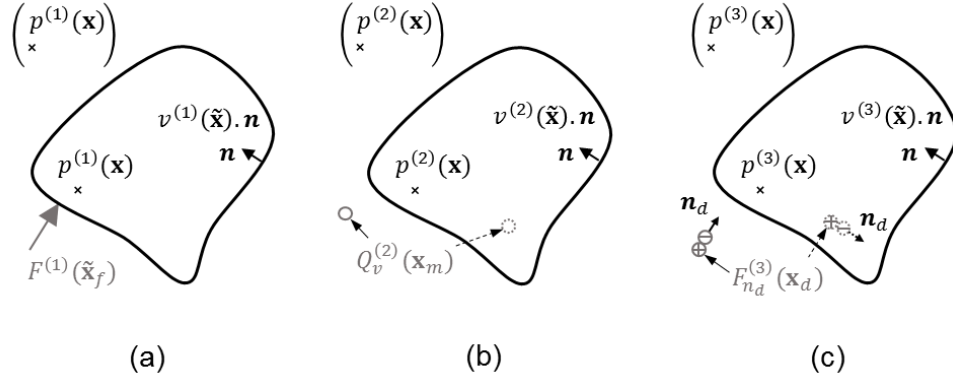


Figure 3.11 Illustration of the three considered vibroacoustic problems of an elastic structure excited by : (a) a normal force at point $\tilde{\mathbf{x}}_f$, (b) a monopole source at point \mathbf{x}_m (internal or external to the structure), (c) a dipole source at point \mathbf{x}_d (internal or external to the structure).

by the gradient of a Dirac at point \mathbf{x}_d in direction \mathbf{n}_d . Sticking to the above numbering for each load case, the Helmholtz equations are given by [92]

$$\Delta p^{(1)}(\mathbf{x}) + k_0^2 p^{(1)}(\mathbf{x}) = 0, \quad (3.26)$$

$$\Delta p^{(2)}(\mathbf{x}) + k_0^2 p^{(2)}(\mathbf{x}) = -j\omega\rho_0 Q_v^{(2)} \delta(\mathbf{x} - \mathbf{x}_m), \quad (3.27)$$

$$\Delta p^{(3)}(\mathbf{x}) + k_0^2 p^{(3)}(\mathbf{x}) = -F_{n_d}^{(3)} \frac{\partial}{\partial \mathbf{n}_d} \delta(\mathbf{x} - \mathbf{x}_d), \quad (3.28)$$

where ω is the angular frequency, Q_v the volume velocity flow of the monopole source, $F_{n_d}^{(3)} = j\omega\rho_0 dQ_v^{(3)}$ the dipole source strength (or dipole force) and $k_0 = \omega/c_0$ the acoustic wavenumber. The equilibrium equation for the structure in each case is

$$Lv^{(1)}(\tilde{\mathbf{x}}) = F^{(1)} \delta(\tilde{\mathbf{x}} - \tilde{\mathbf{x}}_f) - p^{(1)}(\tilde{\mathbf{x}}), \quad (3.29)$$

$$Lv^{(2)}(\tilde{\mathbf{x}}) = -p^{(2)}(\tilde{\mathbf{x}}), \quad (3.30)$$

$$Lv^{(3)}(\tilde{\mathbf{x}}) = -p^{(3)}(\tilde{\mathbf{x}}), \quad (3.31)$$

where L is the self-adjoint operator of the structure and v is the structure velocity in direction \mathbf{n} normal to the structure. Euler's formula provides a relation between the pressure gradient in the fluid and the velocity along the normal external to the fluid. On the surface of the structure, the normal external to the fluid corresponds to $-\mathbf{n}$. In this particular case, Euler's formula becomes

$$\frac{\partial p}{\partial \mathbf{n}}(\tilde{\mathbf{x}}) = j\omega\rho_0 v(\tilde{\mathbf{x}}). \quad (3.32)$$

3.11.1 Reciprocity principle for the radiated pressure (monopole source)

Multiplying Eq. (3.26) by $p^{(2)}(\mathbf{x})$ and Eq. (3.27) by $-p^{(1)}(\mathbf{x})$, adding them and integrating them over the entire acoustic domain, one obtains

$$\int_V [\Delta p^{(1)}(\mathbf{x}) p^{(2)}(\mathbf{x}) - \Delta p^{(2)}(\mathbf{x}) p^{(1)}(\mathbf{x})] d\mathbf{x} = j\omega\rho_0 Q_v^{(2)} \int_V p^{(1)}(\mathbf{x}) \delta(\mathbf{x} - \mathbf{x}_m) d\mathbf{x}. \quad (3.33)$$

The volume integral on the left-hand side of Eq. (3.33) can be transformed to a surface integral using Green's theorem. Then, using Euler's formula together with Eqs. (3.29) and (3.30), one finally obtains [71]

$$F^{(1)} \int_S \frac{\partial p^{(2)}}{\partial \mathbf{n}}(\tilde{\mathbf{x}}) \delta(\tilde{\mathbf{x}} - \tilde{\mathbf{x}}_f) d\tilde{\mathbf{x}} = j\omega\rho_0 Q_v^{(2)} \int_V p^{(1)}(\mathbf{x}) \delta(\mathbf{x} - \mathbf{x}_m) d\mathbf{x}. \quad (3.34)$$

From the property of the Dirac delta function (*i.e.*, $\int_V f(\mathbf{x}) \delta(\mathbf{x} - \mathbf{x}_0) d\mathbf{x} = f(\mathbf{x}_0)$ for any function f defined on V and any point $\mathbf{x}_0 \in V$) one has :

$$F^{(1)} \frac{\partial p^{(2)}}{\partial \mathbf{n}}(\tilde{\mathbf{x}}_f) = j\omega\rho_0 Q_v^{(2)} p^{(1)}(\mathbf{x}_m). \quad (3.35)$$

Using Eq. (3.32), Eq. (3.35) becomes

$$\frac{p^{(1)}}{F^{(1)}}(\mathbf{x}_m) = \frac{v^{(2)}}{Q_v^{(2)}}(\tilde{\mathbf{x}}_f). \quad (3.36)$$

Eq. (3.36) shows that the pressure radiated by a structure at point \mathbf{x}_m when it is excited by a normal unit point force at point $\tilde{\mathbf{x}}_f$ equals the structure normal velocity at point $\tilde{\mathbf{x}}_f$ when it is excited by a monopole source of unit volume velocity at point \mathbf{x}_m .

3.11.2 Reciprocity principle for the particle velocity (dipole source)

Multiplying Eq. (3.26) by $p^{(3)}(\mathbf{x})$ and Eq. (3.28) by $-p^{(1)}(\mathbf{x})$, adding them and integrating them over the entire acoustic domain, one obtains

$$\int_V [\Delta p^{(1)}(\mathbf{x}) p^{(3)}(\mathbf{x}) - \Delta p^{(3)}(\mathbf{x}) p^{(1)}(\mathbf{x})] d\mathbf{x} = F_{n_d}^{(3)} \int_V p^{(1)}(\mathbf{x}) \frac{\partial}{\partial \mathbf{n}_d} \delta(\mathbf{x} - \mathbf{x}_d) d\mathbf{x}. \quad (3.37)$$

As previously, the volume integral on the left-hand side of Eq. (3.37) can be transformed to a surface integral using Green's theorem. Then, using Euler's formula together with Eqs. (3.29) and (3.31), one finally obtains [71]

$$F^{(1)} \int_S \frac{\partial p^{(3)}(\tilde{\mathbf{x}})}{\partial \mathbf{n}} \delta(\tilde{\mathbf{x}} - \tilde{\mathbf{x}}_f) d\tilde{\mathbf{x}} = F_{n_d}^{(3)} \int_V p^{(1)}(\mathbf{x}) \frac{\partial}{\partial \mathbf{n}_d} \delta(\mathbf{x} - \mathbf{x}_d) d\mathbf{x}, \quad (3.38)$$

Using the previously described property of the Dirac delta function and the property of the distributional derivative of the Dirac delta function (*i.e.*, $\int_V f(\mathbf{x}) \frac{\partial}{\partial \mathbf{n}} \delta(\mathbf{x} - \mathbf{x}_0) d\mathbf{x} = -\int_V \frac{\partial}{\partial \mathbf{n}} f(\mathbf{x}) \delta(\mathbf{x} - \mathbf{x}_0) d\mathbf{x} = -\frac{\partial}{\partial \mathbf{n}} f(\mathbf{x}_0)$ for any function f defined on V and any point $\mathbf{x}_0 \in V$) Eq. (3.38) becomes

$$F^{(1)} \frac{\partial p^{(3)}(\tilde{\mathbf{x}}_f)}{\partial \mathbf{n}} = -F_{n_d}^{(3)} \frac{\partial p^{(1)}(\mathbf{x}_d)}{\partial \mathbf{n}_d}. \quad (3.39)$$

Using Euler's formula, the normal velocity of the structure at point $\tilde{\mathbf{x}}_f$ and the particle velocity v_{n_d} in direction \mathbf{n}_d at point \mathbf{x}_d are introduced in Eq. (3.39). One finally obtains

$$\frac{v_{n_d}^{(1)}(\mathbf{x}_d)}{F^{(1)}} = \frac{v^{(3)}(\tilde{\mathbf{x}}_f)}{F_{n_d}^{(3)}}. \quad (3.40)$$

Eq. (3.40) shows that the particle velocity in direction \mathbf{n}_d at point \mathbf{x}_d in the acoustic medium when the structure is excited by a normal unit point force at point $\tilde{\mathbf{x}}_f$ equals the structure normal velocity at point $\tilde{\mathbf{x}}_f$ when it is excited by a dipole source at point \mathbf{x}_d oriented in direction \mathbf{n}_d and of unit injected force.

3.12 Numerical simulations

The panel vibratory response should be estimated numerically for the four different cases of excitation : (a) a wall plane wave for $H_\alpha(\mathbf{x}, \mathbf{k}, \omega)$; (b) a normal point force for $H_{v/F_n}(\tilde{\mathbf{x}}, \mathbf{x}, \omega)$;

(c) a monopole source for $H_{v/Q_v}(\tilde{\mathbf{x}}, \mathbf{x}, \omega)$; (d) a dipole source for $H_{v/F_0}(\tilde{\mathbf{x}}, \mathbf{x}, \omega)$. They can be estimated by neglecting the fluid-structure interaction and considering the modal expansion technique. For a panel that has simply supported boundary conditions on all of its edges, the modal angular frequency ω_{mn} , the spatial mode shape ϕ_{mn} , and the modal mass M_{mn} for the (m, n) mode are given, respectively, by

$$\omega_{mn} = \left[\left(\frac{m\pi}{L_x} \right)^2 + \left(\frac{n\pi}{L_y} \right)^2 \right] \sqrt{\frac{D}{\rho h}}, \quad (3.41)$$

$$\phi_{mn}(\mathbf{x}) = \sin\left(\frac{m\pi}{L_x}x\right) \sin\left(\frac{n\pi}{L_y}y\right), \quad (3.42)$$

$$M_{mn} = \frac{\rho h L_x L_y}{4}, \quad (3.43)$$

where m and n are non-zero strictly positive integers. The normal velocity v of the plate excited by the pressure distribution $P(\tilde{\mathbf{x}})$, $\tilde{\mathbf{x}} \in \Sigma_p$ is then obtained with :

$$v(\mathbf{x}, \omega) = j\omega \sum_{m,n} \frac{\mathbf{F}_{mn} \phi_{mn}(\mathbf{x})}{M_{mn}(\omega_{mn}^2 - \omega^2 + j\eta\omega\omega_{mn})}, \quad (3.44)$$

where the modal force \mathbf{F}_{mn} is defined by

$$\mathbf{F}_{mn} = \int_{\Sigma_p} P(\tilde{\mathbf{x}}) \phi_{mn}(\tilde{\mathbf{x}}) d\tilde{\mathbf{x}}. \quad (3.45)$$

3.12.1 Calculation of the sensitivity functions with the direct interpretation

The direct interpretation described in Sec. 3.4 and in Fig. 3.2 indicates that the sensitivity functions are equal to the system response at point \mathbf{x} when the panel is excited by wall-pressure plane waves of wavenumber $-\mathbf{k} = (-k_x, -k_y)$. The modal force is therefore calculated by considering the pressure distribution $P(\tilde{\mathbf{x}}) = e^{-j\mathbf{k}\tilde{\mathbf{x}}}$. In this case, the analytical solution to Eq. (3.45) is

$$\mathbf{F}_{mn} = I_m^x I_n^y, \quad (3.46)$$

where for $\xi = x$ or $\xi = y$,

$$I_p^\xi = \begin{cases} \left(\frac{p\pi}{L_\xi}\right) \frac{(-1)^p e^{-jk_\xi L_\xi} - 1}{k_\xi^2 - \left(\frac{p\pi}{L_\xi}\right)^2}, & \text{if } |k_\xi| \neq \frac{p\pi}{L_\xi} \\ \frac{1}{2}jL_\xi, & \text{otherwise.} \end{cases} \quad (3.47)$$

The sensitivity functions H_v for a point \mathbf{x} on the panel can be directly estimated using Eqs. (3.44) to (3.47). Based on the velocity response of the plate to a wall-pressure plane wave, the radiated pressure at a point \mathbf{x} in the acoustic domain may be calculated using the Rayleigh integral [119] whereas the particle velocity may be deduced from the Euler equation. Doing so for a set of wall-pressure plane waves allows calculating the sensitivity functions H_p and H_{v0} at point \mathbf{x} in the acoustic domain.

3.12.2 Calculation of the sensitivity functions with the reciprocity interpretation

The calculation of the velocity sensitivity function H_v at point \mathbf{x} using the reciprocity principle involves exciting the plate with a normal unit force at point \mathbf{x} . The modal force is thus simply given by

$$\mathbf{F}_{mn} = \phi_{mn}(\mathbf{x}). \quad (3.48)$$

According to the process described in Sec. 3.6, the normal velocity of the panel should be calculated with Eq. (3.44) for points $\tilde{\mathbf{x}} \in \Gamma_{\tilde{\mathbf{x}}}$. A discrete Fourier transform is then applied to deduce the sensitivity functions $H_v(\mathbf{x}, \mathbf{k}, \omega)$.

Similarly, the pressure sensitivity function H_p at point \mathbf{x} in the acoustic domain is obtained by exciting the plate by a monopole at point \mathbf{x} . The particle velocity sensitivity function H_{v0} at point \mathbf{x} is obtained analogously using a dipole excitation in the direction \mathbf{n} at point \mathbf{x} . The modal force is then obtained by approximating the integral of Eq. (3.45) with the rectangular integration rule for a wall-pressure defined by

$$P(\tilde{\mathbf{x}}) = j\omega\rho_0 Q_v \frac{e^{-jk_0 r}}{2\pi r} \quad (3.49)$$

for the monopole case, with $r = |\mathbf{x} - \tilde{\mathbf{x}}|$ and $Q_v = 1 \text{ m}^3 \cdot \text{s}^{-1}$. For the dipole case,

$$P(\tilde{\mathbf{x}}) = \frac{F_0}{d} \left(\frac{e^{-jk_0 r_1}}{2\pi r_1} - \frac{e^{-jk_0 r_2}}{2\pi r_2} \right). \quad (3.50)$$

where r_1 and r_2 are two positions of monopoles separated by a distance d representing a dipole at a distance r [92] and the dipole force will be then considered of unit amplitude (*i.e.*, $F_0 = 1$ N).

CHAPITRE 4

Fonctions de sensibilité par antenne synthétique : caractérisation d'un panneau sous champ diffus

4.1 Introduction

Ce chapitre s'inscrit dans la continuité de l'étude présentée dans le chapitre 3 puisque l'objectif reste de caractériser le comportement vibro-acoustique d'un panneau sous champ acoustique diffus (CAD), mais à partir d'une seconde méthode visant à déterminer les fonctions de sensibilité. Cette méthode se base sur l'interprétation directe des fonctions de sensibilité et nécessite donc de pouvoir reproduire des ondes planes pariétales (OPP). La méthode inverse visant à reproduire des OPP en utilisant le principe de l'antenne synthétique a été retenue. Elle a été introduite par Aucejo et al. [8] et est présentée en section 2.3.4.1 (s'y référer pour plus de détails). Dans [8], elle a été appliquée numériquement et expérimentalement pour déterminer les fonctions de sensibilité d'une plaque en acier et, ultimement, pour caractériser la réponse vibratoire de cette plaque lorsqu'elle est excitée par une couche limite turbulente. La méthode n'a cependant pas été complètement validée expérimentalement.

Dans ce chapitre, une étude paramétrique approfondie basée sur un modèle numérique de la méthode par antenne synthétique est d'abord présentée. L'objectif est de pouvoir en extraire des règles liant les différents paramètres (nombre de sources, nombre de points d'observation et distance antenne – paroi) à la longueur d'onde de l'OPP à reproduire. Cette étude permet de fixer les paramètres de l'antenne pour déterminer les fonctions de sensibilité sur un domaine des nombres d'onde défini en fonction de l'excitation aléatoire considérée.

La méthode est ensuite appliquée au cas d'un panneau excité par un CAD. On s'intéresse au niveau de vitesse vibratoire du panneau ainsi qu'à sa transparence acoustique via son facteur de perte par transmission (TL, pour « transmission loss » en anglais). Une validation numérique et expérimentale est présentée en considérant le même cas test que celui présenté dans le chapitre 3, à savoir une plaque plane en aluminium simplement supportée sur ses bords, soumise à un champ acoustique diffus. La méthode basée sur la mesure des fonctions de sensibilité par antenne synthétique est ensuite confrontée aux mesures

vibro-acoustiques en chambres couplées considérées dans le chapitre 3. Pour conclure, une discussion sur les avantages et inconvénients de cette méthode en comparaison avec la méthode par réciprocité (présentée dans le chapitre 3) est proposée.

4.2 Étude paramétrique sur la reproduction d'ondes planes pariétales par antenne synthétique

Dans cette section, l'influence des paramètres définissant l'antenne de sources (nombre de positions de source, nombre de points d'observation et distance antenne – paroi) sur la qualité de reproduction du champ de pression à reconstruire est étudiée à partir d'un modèle numérique. Par souci de simplicité, une antenne fixe de s monopôles est considérée dans la modélisation vibro-acoustique. Ces s monopôles sont répartis uniformément sur une surface plane $\Sigma' = \Sigma_p$ (comme illustré en figure 2.13), avec N_s^x monopôles suivant x et N_s^y suivant y . Les positions de chacune de ces sources correspondent en pratique aux positions balayées par une unique source monopolaire et le principe d'antenne synthétique peut être appliqué en sommant les réponses à chacune des positions de la source pour reconstruire virtuellement une antenne fixe de monopôles. Les q points d'observation sont également répartis uniformément sur une surface Σ_p , la surface du panneau à étudier, avec N_q^x suivant x et N_q^y suivant y . La surface Σ_p a été fixée de manière à correspondre aux applications présentées en section 4.3, soit un panneau de 0.48×0.42 m².

Le calcul des amplitudes Q_s à appliquer à chacun des monopôles se fait en résolvant l'équation (4.1). Pour cela, la matrice H_{sq} doit être inversée et, du fait qu'elle ne soit pas carrée, une pseudo-inversion est effectuée (en utilisant la commande MATLAB « pinv » qui se base sur une décomposition aux valeurs singulières pour le calcul de la pseudo-inverse). Le champ de pression reproduit par antenne synthétique $\hat{p}_p(\mathbf{k}, \omega)$ sur la surface du panneau Σ_p est ensuite calculé de la façon suivante :

$$\hat{p}_p(\mathbf{k}, \omega) = \sum_s Q_s(\mathbf{k}, \omega) H_{sp}(\omega), \quad (4.1)$$

où H_{sp} sont les fonctions de transfert entre la source s et le point p de la plaque définies en équation (2.51) (en remplaçant l'indice q par p dans cette équation). Pour toutes les études présentées dans cette section, le champ de pression reproduit par antenne synthétique et celui cible seront calculés sur un maillage uniformément réparti de 49 points suivant x et 43 suivant y , soit un espacement entre les points de 1 cm dans chaque direction. Sachant que le nombre d'onde de l'OPP à reproduire ne dépassera pas 100 m^{-1} dans cette étude, le

maillage considéré assure au moins 4 points par longueur d'onde à reconstruire (longueur d'onde minimum de $2\pi/100 \approx 6.3$ cm).

Le champ de pression à reconstruire $p(\mathbf{k}, \omega)$ correspond à une OPP de nombre d'onde $-\mathbf{k}$ et est donné en équation (2.50). L'erreur moyenne quadratique entre les champs de pression peut être calculée via l'équation suivante :

$$\sqrt{\langle \Delta P^2 \rangle} = \sqrt{\frac{1}{N_p} \sum_{p=1}^{N_p} |p_p(\mathbf{k}, \omega) - \hat{p}_p(\mathbf{k}, \omega)|^2} \quad (4.2)$$

où l'indice p fait référence au $p^{\text{ième}}$ point d'une série de $N_p = 49 \times 43$ points discrétisant la surface de reproduction Σ_p définie dans le plan (x, y) . En se basant sur des visualisations en terme de variations spatiales et d'amplitudes du champ de pression reconstruit dans différentes configurations (variation de la fréquence d'excitation, du nombre d'onde de l'OPP à reproduire, etc.) une valeur limite de $\sqrt{\langle \Delta P^2 \rangle} = 0.05$ Pa a été déduite pour admettre que le champ de pression est suffisamment bien reproduit. Un indicateur, nommé EER (pour « estimation de l'erreur de reconstruction »), est établi pour évaluer la qualité du champ de pression reconstruit. L'EER est une erreur moyenne quadratique relative et est donnée par

$$\text{EER} = \frac{\sqrt{\langle \Delta P^2 \rangle}}{0.05}. \quad (4.3)$$

Le champ de pression est donc bien reproduit si $\text{EER} < 1$. La limite a été fixée à 1 pour pouvoir établir des règles liant les différents paramètres de l'antenne au nombre d'onde de l'OPP à reproduire, toutefois des valeurs de l'EER supérieures mais proches de 1 restent acceptables.

4.2.1 Nombre de monopôles requis

Sur la figure 4.1 sont présentées les valeurs de l'EER pour plusieurs combinaisons de nombre de monopôles (N_s^x, N_s^y) en cherchant à reproduire une OPP de nombres d'onde $k = 50 \text{ m}^{-1}$ dans les deux directions à une fréquence d'excitation de 2000 Hz. Les autres paramètres de l'antenne sont fixés de manière à n'étudier que l'influence du nombre de monopôles ($N_q = N_s + 5$ dans les deux directions et $z' = 2\lambda$ avec $\lambda = 2\pi/k$, justifié par la suite). Les combinaisons pour lesquelles l'EER est inférieure à 1 sont dans une zone délimitée par une courbe en « L » et la combinaison de nombre de monopôles (N_s^x, N_s^y) optimale est celle qui minimise le nombre de monopôles total tout en assurant une bonne qualité de reproduction ($\text{EER} < 1$). Cette combinaison optimale correspond donc à celle

la plus proche du coin du « L » et pour l'exemple montré en figure 4.1, elle est de 13 monopôles suivant x et 13 monopôles suivant y

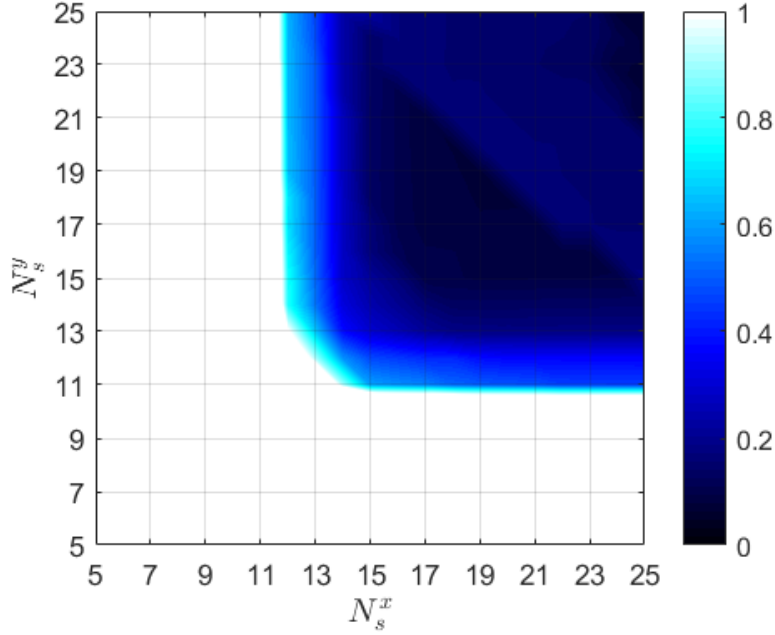


Figure 4.1 EER en fonction du nombre de monopôles suivant x et y

Cette procédure d'identification du nombre minimum de monopôles requis est ensuite répétée en faisant varier le nombre d'onde k de l'OPP à reproduire. Le résultat est présenté pour deux fréquences d'excitations (1000 et 2000 Hz), suivant x en figure 4.2(a) et suivant y en figure 4.2(b). Sur les deux figures sont également présentées les courbes correspondant au critère de minimum 4 monopôles par longueur d'onde déjà établi dans la littérature [8, 98]. À noter qu'ici il s'agit de la longueur d'onde de l'OPP dans le plan (x, y) . La longueur d'onde de l'OPP à reproduire est indépendante de la fréquence d'excitation, la méthode inverse permet donc de reproduire des OPP de nombres d'onde différents du nombre d'onde acoustique (et même supérieurs au nombre d'onde acoustique, contrairement aux méthodes WFS et PNAH, voir section 2.3.3.1). Il n'y a aucune notion de propagation d'onde plane et seul le champ de pression cible est considéré dans cette méthode. En revanche, les méthodes proposées dans [98] ne permettent de reproduire que des ondes planes de longueur d'onde acoustique (donc directement liées à la fréquence d'excitation) se propageant dans les trois directions, la projection de ces ondes planes sur la surface de reproduction sont ensuite étudiées. Le critère a donc été établi par rapport à la longueur d'onde acoustique. Selon l'étude présentée dans ce chapitre, le nombre minimum de monopôles requis dans chaque direction évolue quasiment de manière linéaire avec le nombre d'onde de l'OPP à reproduire, et ce, dans les deux directions et quelle que soit la fréquence d'excitation.

Les résultats présentés en figure 4.2 sont bien en accord avec le critère de 4 monopôles par longueur d'onde (les légères différences peuvent être attribuées à la limite accordée à l'EER pour assurer une bonne qualité de reproduction, peut-être trop exigeante).

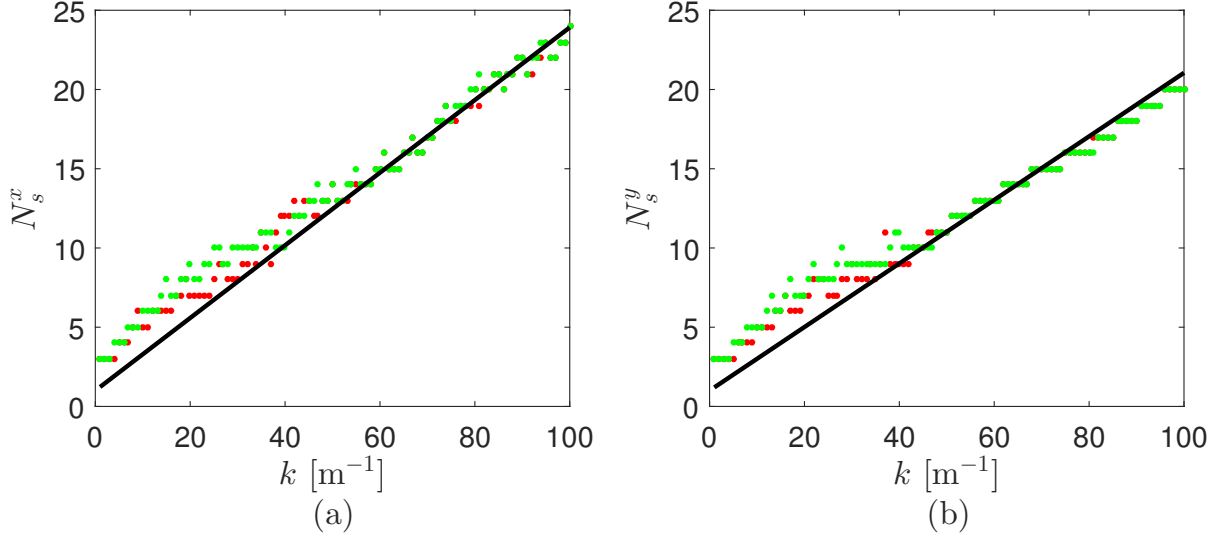


Figure 4.2 Nombre de monopôles en fonction du nombre d'onde de l'OPP à reproduire. (a) suivant x . (b) suivant y . Critère de 4 monopôles par longueur d'onde (ligne noire). $f = 1000$ Hz (points rouges). $f = 2000$ Hz (points verts).

4.2.2 Nombre de points d'observation requis

Pour étudier l'influence du nombre de points d'observation sur la qualité de reproduction, la fréquence d'excitation est fixée à 2000 Hz et l'objectif est de reproduire l'OPP de nombre d'onde $k_x = k_y = k = 100$ m⁻¹. Le nombre de monopôles a lui été fixé selon l'étude précédente, donc $N_s^x = 24$ et $N_s^y = 20$, et $z' = 2\lambda$. L'EER est présentée en figure 4.3(a) et le conditionnement de la matrice H_{sq} en figure 4.3(b), tous deux en fonction du nombre de points d'observation dans les deux directions. Le conditionnement de la matrice à inverser permet de déterminer, *a priori*, la sensibilité du système aux erreurs. Ainsi, plus le conditionnement est élevé, plus la méthode est sensible aux erreurs (bruit de fond, mauvaise représentativité de la source et/ou du milieu acoustique).

La qualité de reproduction est acceptable si le nombre de points d'observation est au moins égal au nombre de monopôles et au-delà de ce minimum, l'EER ne varie que très peu, ce qui indique qu'ajouter des points d'observation améliore peu la qualité du champ de pression reproduit. Lorsque le nombre de points d'observation est inférieur au nombre de monopôles dans au moins une direction, le système est dit sous-contraint, ce qui signifie qu'il y a une

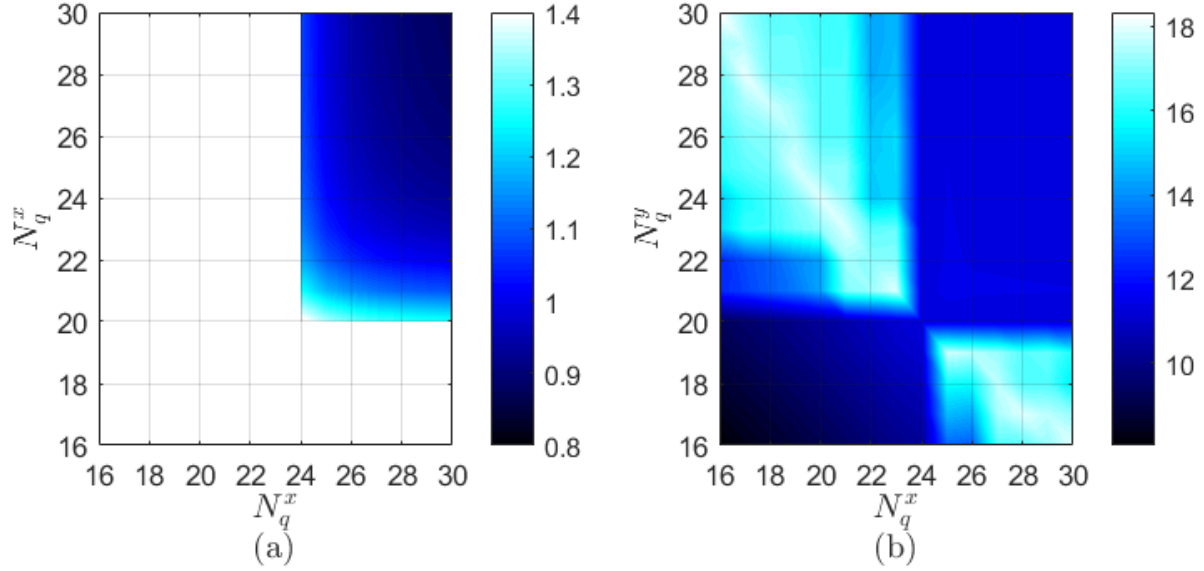


Figure 4.3 Nombre de points d'observation suivant x et y . (a) EER. (b) $\log_{10}(\kappa)$, où κ est le conditionnement de H_{sq} .

infinité de solutions pour Q_s vérifiant l'égalité en équation (4.1). La solution retenue est celle de norme minimale vérifiant cette égalité et ne correspond donc pas forcément à celle qui permet de reproduire l'OPP cible, ce qui est illustré en figure 4.4 et se traduit par une mauvaise reproduction (EER nettement supérieure à 1). À l'inverse si le nombre de points d'observations est supérieur au nombre de monopôles (ce qui sera majoritairement le cas pour ce type d'application), le système est sur-contraint, ce qui signifie que le système n'a pas de solution exacte. Le système est donc résolu en minimisant, au sens des moindres carrés, l'erreur entre le champ de pression cible et le champ de pression reproduit. La solution n'est donc pas idéale mais est déterminée de manière à approcher au mieux le champ de pression cible lors de la reproduction, ce qui se traduit par une EER satisfaisante (proche de 1 voire inférieure à 1).

Dans la zone où l'EER est acceptable, le conditionnement de H_{sq} varie peu, ce qui indique qu'ajouter des points d'observation supplémentaire n'aura pas d'impact sur la sensibilité du système aux erreurs. Cela-dit, il est important de noter que le conditionnement est très élevé, ce qui indique qu'inévitablement, la méthode sera sensible à tout type d'erreur (bruit de fond, mauvaise définition des fonctions de transfert H_{sq} , etc.).

Afin d'assurer une bonne qualité de reconstruction du champ de pression tout en minimisant le nombre de fonctions de transfert H_{sq} à déterminer (par mesure ou numériquement), le critère retenu pour déterminer le nombre de points d'observation dans chaque direction est $N_q = N_s + 5$.

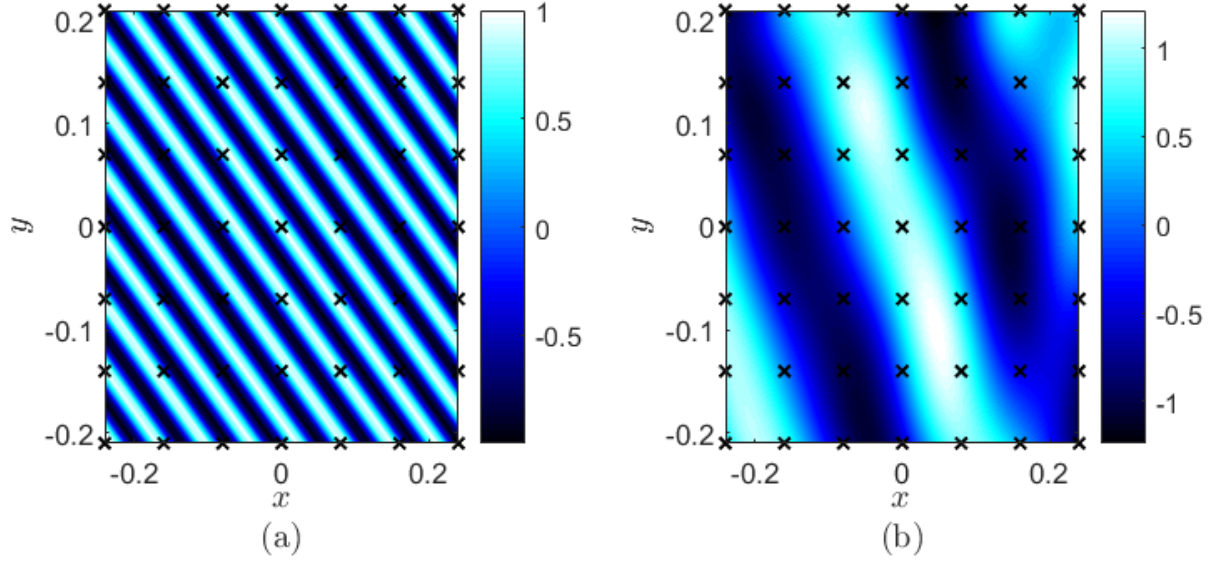


Figure 4.4 Effet du manque de points d'observation (indiqués par des croix).
 (a) champ de pression cible. (b) champ de pression reconstruit.

4.2.3 Distance antenne – paroi

Dans cette partie, l'influence de la distance entre l'antenne de monopôles et la paroi est étudiée. L'objectif reste de reproduire l'OPP de nombre d'onde $k = 100 \text{ m}^{-1}$ ($\lambda = 2\pi/k$) pour des fréquences d'excitation comprises entre 0 et 2000 Hz. Le nombre de monopôles et de points d'observation a été défini en fonction des études précédentes, soit $(N_s^x, N_s^y) = (24, 20)$ et $(N_q^x, N_q^y) = (29, 25)$. La figure 4.5(a) montre que l'EER varie peu avec la fréquence d'excitation et qu'il y a une « zone », dans laquelle l'antenne peut être placée pour que l'EER soit inférieure à 1, qui se situe entre $3\lambda/2$ et $5\lambda/2$. En comparaison avec la méthode PNAH [97], la distance antenne – paroi acceptable est, ici, bien supérieure. Après optimisation du nombre de monopôles et points d'observation, la distance antenne – paroi minimisant l'EER correspond à $z' = 2\lambda$.

Si l'antenne est trop proche ($z'(\lambda) < 3\lambda/2$) les monopôles n'éclairent qu'une portion de la plaque et contribuent de manière individuelle au champ de pression reproduit. Cet effet est illustré en figure 4.6 où la position des monopôles a été marquée par des croix. La figure 4.6(b) présente le champ de pression reconstruit et les contributions individuelles de chacun des monopôles sont bien observables. À l'inverse, lorsque l'antenne est trop éloignée, les monopôles éclairent la paroi de la même façon et les capteurs de pression mesurent un niveau de pression équivalent. Cet effet est bien mis en évidence en figure 4.7(b) où le niveau de pression est uniforme au milieu de la paroi et le champ de pression reconstruit ne correspond pas à la cible (en figure 4.7(a)).

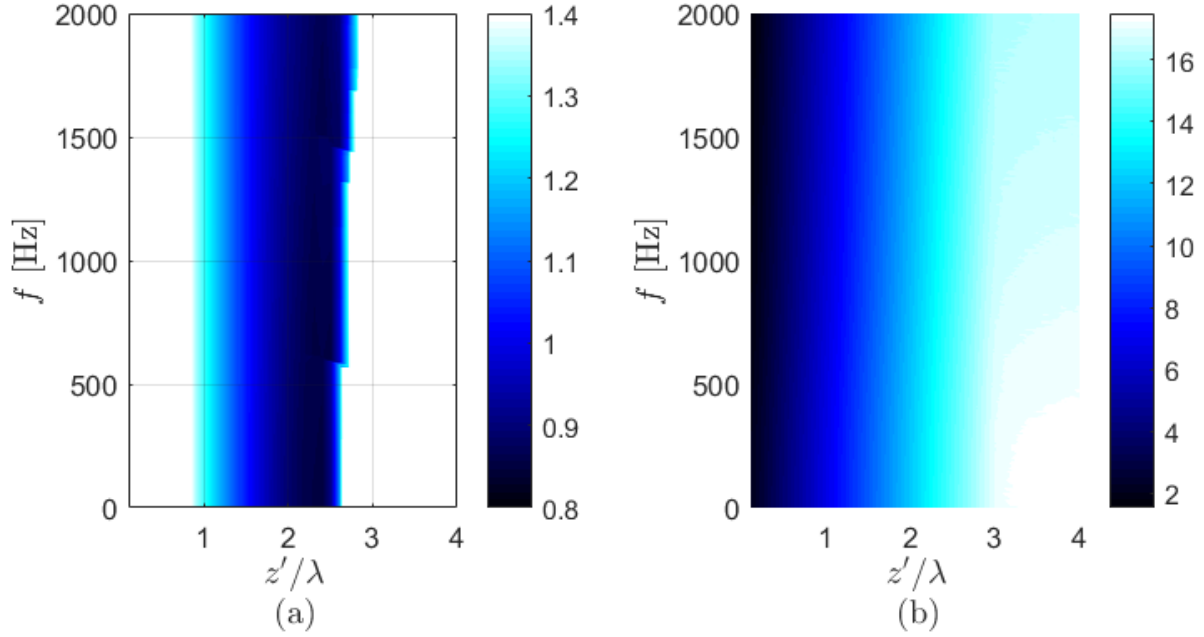


Figure 4.5 Distance antenne – paroi en fonction de la fréquence. (a) EER. (b) $\log_{10}(\kappa)$, où κ est le conditionnement de H_{sq} .

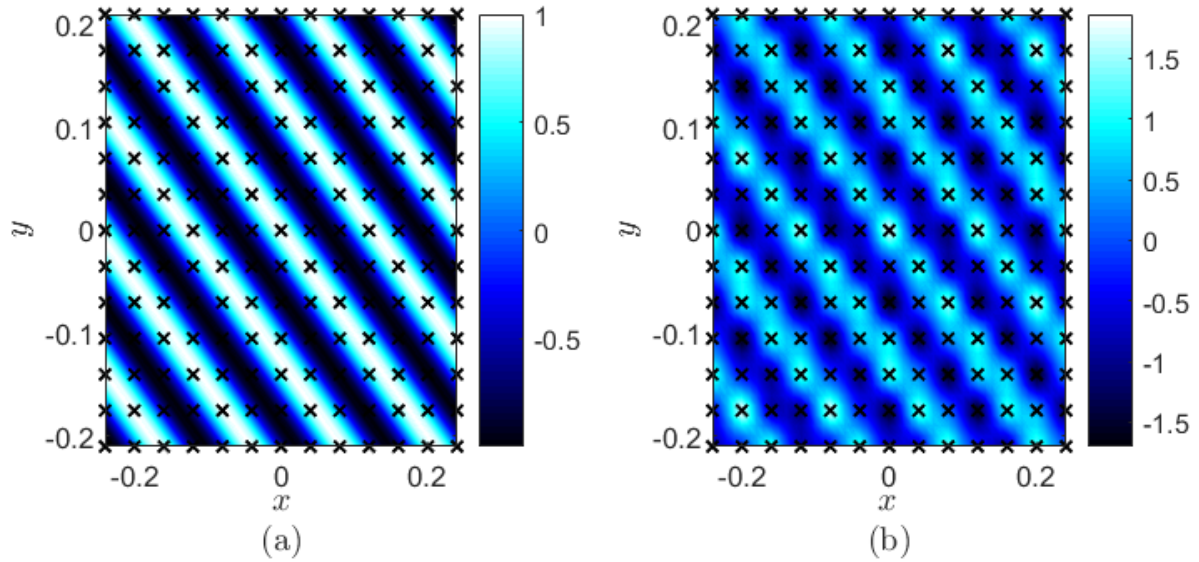


Figure 4.6 Effet d'une antenne trop proche de la paroi. Monopôles indiqués par des croix. (a) champ de pression cible. (b) champ de pression reconstruit.

Le conditionnement de la matrice H_{sq} , présenté en figure 4.5(b), évolue peu avec la fréquence mais augmente assez fortement avec la distance antenne – paroi. Pour minimiser la sensibilité aux erreurs, la distance antenne – paroi devrait donc être la plus faible possible. Si les conditions expérimentales ne sont pas parfaitement maîtrisées, il serait donc

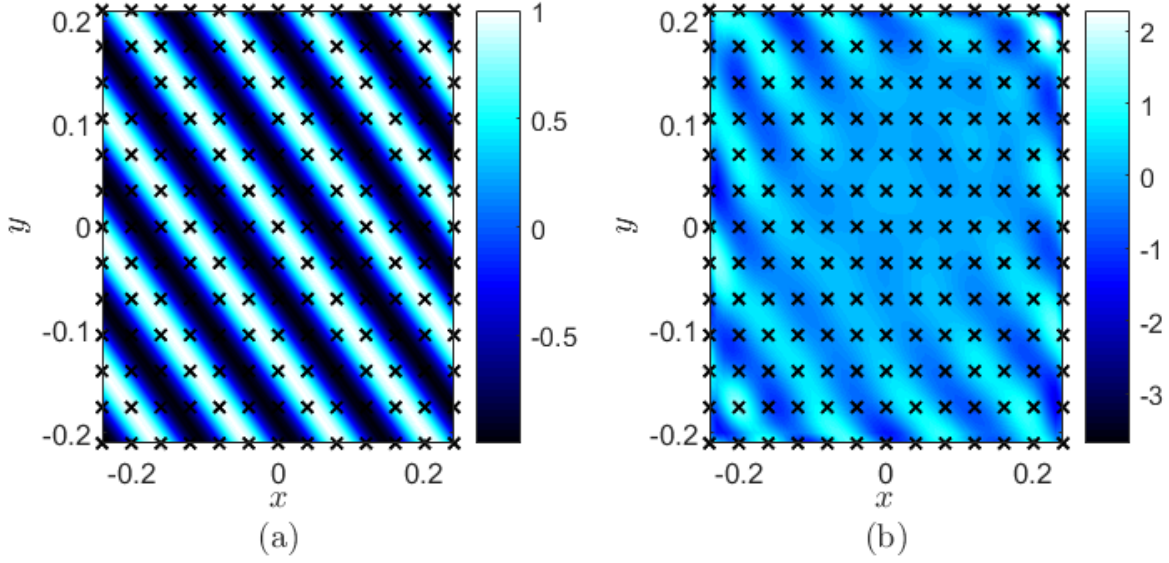


Figure 4.7 Effet d'une antenne trop éloignée de la paroi. Monopôles indiqués par des croix. (a) champ de pression cible. (b) champ de pression reconstruit.

préférable de fixer la distance antenne – paroi à $3\lambda/2$, minimisant ainsi la sensibilité aux erreurs tout en assurant une $EER < 1$.

4.2.4 Reproduction d'ondes planes pariétales sur un intervalle de nombres d'onde

En pratique, l'antenne doit être dimensionnée de manière à pouvoir reproduire des OPP de nombre d'onde compris entre 0 et le nombre d'onde maximum k_{max} . Cette configuration (nombre de monopôles, nombre de points d'observation, distance antenne – paroi) est maintenue pour reproduire des OPP ayant des nombres d'onde plus petits que k_{max} (dans cette étude $k_{max} = 100 \text{ m}^{-1}$). Il faut donc s'assurer que la reproduction de chacune des OPP se fasse correctement sur tout le domaine des nombres d'onde, et ce, quelle que soit la fréquence d'excitation.

En cherchant à reproduire des OPP de nombres d'onde compris entre 0 et 100 m^{-1} pour des fréquences d'excitations entre 0 et 2000 Hz, l'antenne de monopôle est dimensionnée en fonction des études présentées. Le nombre de monopôles est fixé à 24 suivant x et 20 suivant y , assurant au moins 4 monopôles par longueur d'onde. Le nombre de points d'observation est fixé à $(N_q^x, N_q^y) = (29, 25)$ conformément à l'étude présentée en section 4.2.2 et la distance antenne – paroi est $z' = 2\lambda \approx 12.6 \text{ cm}$. Les figures 4.8(a) et 4.8(b) présentent l'EER en fonction du nombre d'onde k_x et k_y , respectivement. Dans cette configuration, les OPP de nombre d'onde inférieur ou égal au nombre d'onde maximum peuvent donc

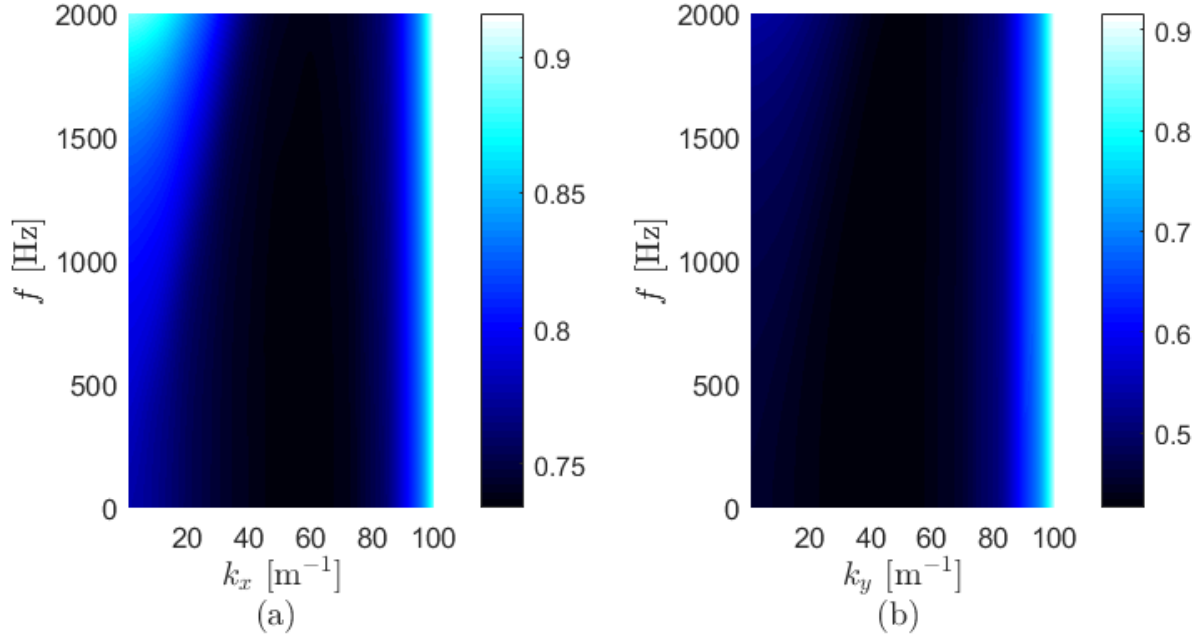


Figure 4.8 EER en fonction du nombre d'onde de l'OPP et de la fréquence.
(a) suivant k_x . (b) suivant k_y .

être reproduites avec une bonne qualité ($EER < 1$), et ce, sur tout le domaine fréquentiel. Cela montre qu'en fixant les paramètres de l'antenne suivant les règles établies dans cette section, toutes les OPP requises pour déterminer les fonctions de sensibilité sur un domaine de nombre d'onde délimité par le nombre d'onde maximum de l'étude peuvent être reproduites.

4.2.5 Conclusion sur l'étude paramétrique

Cette étude paramétrique a permis de montrer que le nombre de monopôles requis pour déterminer la fonction de sensibilité sur un domaine des nombres d'onde donné suit bien la règle déjà établie d'au moins 4 monopôles par longueur d'onde à reproduire. Elle a également permis de montrer qu'il faut au minimum autant de points d'observation que de monopôles, mais que la reproduction est meilleure lorsqu'il y a plus de points d'observation. Le nombre de points d'observation peut être fixé de manière à avoir un nombre de fonctions de transfert H_{sq} minimal qui permet d'assurer qualité de mesure et optimisation du temps de mesure (ou le temps de calcul si elles sont définies numériquement à partir de la fonction de Green avec source – image par exemple). La distance antenne – paroi est, quant à elle, assez flexible puisque l'antenne peut être positionnée à une distance entre $3\lambda/2$ et $5\lambda/2$ de la paroi, tout en assurant une bonne qualité de reproduction.

Enfin, l'étude présentée en section 4.2.4 montre qu'en fixant les paramètres de l'antenne en fonction de l'OPP de nombre d'onde le plus élevé, il est possible de reproduire correctement des ondes planes pariétales de nombre d'onde moins élevé, et ce, quelle que soit la fréquence d'excitation. Cela démontre numériquement l'applicabilité de la méthode pour déterminer les fonctions de sensibilité.

4.3 Application à la caractérisation de panneau sous champ diffus

Dans cette section, la méthode par antenne synthétique est appliquée pour déterminer les fonctions de sensibilité qui sont ensuite utilisées pour caractériser la réponse vibro-acoustique d'un panneau sous CAD. Dans un premier temps, la formulation mathématique d'un panneau excité par un CAD est rappelée, en précisant le domaine sur lequel les fonctions de sensibilité doivent être déterminées, permettant ainsi de valider les paramètres d'une antenne prédéfinie, selon l'étude présentée en section 4.2. Un cas test, qui consiste en une plaque plane simplement supportée sur ses bords, est ensuite considéré pour valider expérimentalement et numériquement la méthode par antenne synthétique sur la base de plusieurs indicateurs vibro-acoustiques. Enfin, cette méthode est confrontée à des mesures en chambres couplées.

4.3.1 Formulation du problème vibro-acoustique

La réponse vibratoire en un point \mathbf{x} d'un panneau excité par un CAD (comme illustré en figure 3.1) peut être décrite par son autospectre de vitesse, donné en équation (2.35). Ce dernier est reformulé pour des applications numériques et expérimentales en effectuant une intégration par la méthode des rectangles. Sachant également que $S_{vv}(\mathbf{x}, \omega)$ est un spectre bilatéral fonction de la pulsation ω et que d'un point de vue expérimental, les spectres extraits des mesures sont unilatéraux et fonctions de la fréquence f (donc pour $f \geq 0$), $S_{vv}(\mathbf{x}, \omega)$ est lié au spectre unilatéral fonction de la fréquence $G_{vv}(\mathbf{x}, f)$,

$$G_{vv}(\mathbf{x}, f) = 4\pi S_{vv}(\mathbf{x}, \omega). \quad (4.4)$$

L'autospectre unilatéral de vitesse vibratoire du panneau $G_{vv}(\mathbf{x}, f)$ peut ainsi être décrit par

$$G_{vv}(\mathbf{x}, f) \approx \frac{1}{4\pi^2} \sum_{\mathbf{k} \in \Omega_{\mathbf{k}}} |H_v(\mathbf{x}, \mathbf{k}, \omega)|^2 G_{p_b p_b}(f) \Phi_{p_b p_b}(\mathbf{k}, \omega) \delta \mathbf{k}, \quad (4.5)$$

où $\Omega_{\mathbf{k}}$ le domaine des nombres d'onde tronqué, $\delta \mathbf{k}$ est la résolution en nombre d'onde, $G_{p_b p_b}(f) = 4\pi S_{p_b p_b}(\omega)$ est l'autospectre de pression pariétale unilatéral et $\Phi_{p_b p_b}(\mathbf{k}, \omega)$ est l'interspectre de pression pariétale adimensionné défini dans le domaine des nombres d'onde. Ce dernier est donné en équation (2.8) et est nul pour les nombres d'onde $|\mathbf{k}| \geq k_0$. Le nombre d'onde acoustique k_0 définit les limites du domaine $\Omega_{\mathbf{k}}$ et donc le nombre d'onde à atteindre dans la détermination des fonctions de sensibilité. De la même manière, l'interspectre unilatéral de vitesse $G_{vv}(\mathbf{x}, \mathbf{x}', f)$ entre deux points \mathbf{x} et \mathbf{x}' est décrit pour des applications numériques et expérimentales à partir de l'équation (2.34) :

$$G_{vv}(\mathbf{x}, \mathbf{x}', f) \approx \frac{1}{4\pi^2} \sum_{\mathbf{k} \in \Omega_{\mathbf{k}}} H_v(\mathbf{x}, \mathbf{k}, \omega) H_v^*(\mathbf{x}', \mathbf{k}, \omega) G_{p_b p_b}(f) \Phi_{p_b p_b}(\mathbf{k}, \omega) \delta \mathbf{k}. \quad (4.6)$$

La réponse acoustique du panneau peut, quant à elle, être décrite par le TL défini en équation (2.39). Pour des applications numériques et expérimentales, ce dernier est défini en fonction des puissances acoustiques incidente et transmise unilatérales fonctions de la fréquence $\Pi_{inc}(f)$ et $\Pi_{tr}(f)$, respectivement. Le TL peut ainsi être calculé de la façon suivante :

$$\text{TL}(f) = 10 \log_{10} \left(\frac{\Pi_{inc}(f)}{\Pi_{tr}(f)} \right). \quad (4.7)$$

Les puissances acoustiques incidente et transmise données en équations (2.45) et (2.48), sont traduites en spectres unilatéraux fonctions de la fréquence

$$\Pi_{inc}(f) = \frac{G_{p_b p_b}(f) \Sigma_p}{8\rho_0 c_0} \quad (4.8)$$

et

$$\Pi_{tr}(f) = \text{Tr}([G_{vv}(\mathbf{x}, \mathbf{x}', f)] \cdot [R_{ray}(\mathbf{x}, \mathbf{x}', f)]). \quad (4.9)$$

où $[R_{ray}(\mathbf{x}, \mathbf{x}', f)]$ est donnée par l'équation (2.49) et Tr désigne la trace de la matrice. Comme présenté en section 2.3.3.1.1, la matrice des interspectres de vitesse et la matrice des résistances de rayonnement sont définies pour toutes les combinaisons de points \mathbf{x} et

\mathbf{x}' représentés par une série de points σ_p discrétisant le panneau. Le maillage de points σ_p doit donc être défini de manière à décrire correctement les variations spatiales du champ vibratoire du panneau sur toute la bande de fréquence de l'étude.

Finalement, le dernier indicateur sur lequel se basera la validation de la méthode proposée est l'autospectre de vitesse moyenné sur tout le panneau qui est défini par

$$\langle G_{vv}(f) \rangle = \frac{1}{N_p} \sum_{\mathbf{x} \in \sigma_p} G_{vv}(\mathbf{x}, f), \quad (4.10)$$

où N_p est le nombre de points définissant σ_p .

Pour caractériser la réponse vibro-acoustique d'un panneau sous CAD, il faut déterminer les fonctions de sensibilité en une série de points σ_p et pour différents nombres d'onde $\mathbf{k} \in \Omega_{\mathbf{k}}$. À partir de l'interprétation directe des fonctions de sensibilité (voir section 2.2.2) il faut donc pouvoir reproduire des OPP pour différents couples de nombres d'onde (k_x, k_y) vérifiant $|\mathbf{k}| < k_0$.

4.3.2 Description du cas test

Le cas test considéré consiste en une plaque plane simplement supportée sur ses bords, bafflée et excitée par un CAD d'un côté. Cette plaque sépare deux milieux infinis constitués d'air ($\rho_0 = 1.3 \text{ kg.m}^{-3}$ et $c_0 = 343 \text{ m.s}^{-1}$). Les propriétés géométriques et mécaniques de la plaque sont données dans le tableau 3.1. L'amortissement modal η_{mn} du mode (m, n) a été estimé expérimentalement sur les premières résonances de la plaque par la méthode de la largeur de bande à -3 dB. Une valeur moyenne de $\eta = 0.005$ a été mesurée et est attribuée à chaque mode dont l'amortissement n'a pas pu être estimé.

Le domaine fréquentiel [170, 2000 Hz] a été défini en fonction de la réponse de la source monopolaire utilisée (voir section 4.3.3) et de manière à n'exclure que le premier mode de la plaque pour la limite basse fréquence. La limite haute fréquence, quant à elle, a été fixée de façon à ce que le temps de mesure soit raisonnable. Une résolution fréquentielle de 0.625 Hz est imposée par la mesure au vibromètre laser. Ce domaine fréquentiel est bien en dessous de la fréquence critique f_c de la plaque définie par

$$f_c = \frac{c_0^2}{2\pi} \sqrt{\frac{\rho h}{D}} = 3867 \text{ Hz}, \quad (4.11)$$

où $D = \frac{Eh^3}{12(1-\nu^2)}$ est la rigidité de flexion. Le nombre d'onde maximum à atteindre définissant les limites du domaine $\Omega_{\mathbf{k}}$ correspond au nombre d'onde acoustique à la fréquence la plus élevée (2000 Hz) et vaut donc $k_0 = \omega/c_0 \approx 37 \text{ m}^{-1}$.

Le maillage de points σ_p sur lesquels doivent être déterminées les fonctions de sensibilité pour résoudre les équations (4.6) et (4.7) doit pouvoir décrire correctement les variations spatiales du champ vibratoire de la plaque sur toute la bande de fréquence. Ces variations spatiales peuvent être représentées par le nombre d'onde de flexion k_f donné en équation (4.12).

$$k_f = \sqrt{\omega} \sqrt[4]{\frac{\rho h}{D}}. \quad (4.12)$$

Un maillage de 15×13 points uniformément répartis dans les directions x et y , respectivement, est considéré dans cette étude en laissant un espace de 30 mm à chaque bord pour des raisons pratiques (en condition d'appui simple, le déplacement transverse est nul sur les bords). Cela mène à une résolution spatiale de $\delta_x = \delta_y = 30 \text{ mm}$ dans les deux directions et assure au moins 4 points par longueur d'onde de flexion sur toute la bande de fréquence ($\lambda_f = 2\pi/k_f \approx 12.3 \text{ cm}$ à 2000 Hz). À noter que ce maillage inclut le point \mathbf{x}_M auquel vont être comparées les fonctions de sensibilité et la réponse vibratoire de la plaque soumise à un CAD.

Pour optimiser les différents paramètres de l'antenne, l'étude paramétrique présentée en section 4.2 aurait dû être prise en considération. Cependant, pour des raisons pratiques, les mesures effectuées dans le cadre de l'étude du chapitre 3 sont reprises. Bien que ces mesures ne correspondent pas à une antenne « optimisée » telle que présentée en section 4.2, elles restent appropriées pour l'application visée. En effet, elles correspondent à une antenne de $(N_s^x, N_s^y) = (12, 10)$ monopôles uniformément répartis suivant x et y respectivement sur une surface $\Sigma' = \Sigma_p$ située à une distance $z' = 10 \text{ cm}$ de la plaque. L'antenne est centrée par rapport au panneau et en appliquant le principe de l'antenne synthétique, une unique source monopolaire est déplacée en chacun des $N_s^x \times N_s^y$ points. Le nombre de points d'observation est fixé selon l'étude présentée en section 4.2.2 et vaut dans chaque direction $N_q = N_s + 5$, soit $(N_s^x, N_s^y) = (17, 15)$ suivant x et y respectivement. En section 4.2, il a été démontré qu'en optimisant le nombre de sources et le nombre de points d'observation, l'antenne devrait se situer entre $3\lambda/2$ et $5\lambda/2$ pour assurer une bonne reproduction de l'OPP. La distance antenne – paroi considérée dans cette étude correspond à environ $3/5$ de la plus petite longueur d'onde à reconstruire ($z' = 0.1 \text{ m}$), ce qui est *a priori* insuffisant. Cela-dit, le nombre de sources supérieur à 4 sources par longueur d'onde pallie le problème de distance antenne – paroi trop faible. Ceci est démontré en figure 4.9, obtenue

numériquement selon l'étude présentée en section 4.2, qui indique que le nombre minimum de monopôles requis pour reconstruire l'OPP de plus petite longueur d'onde à 2000 Hz est de 11 suivant x et 10 suivant y lorsque l'antenne est située à une distance $z' = 0.1$ m. Il y a donc bien suffisamment de monopôles pour reproduire les OPP de nombre d'onde compris dans Ω_k .

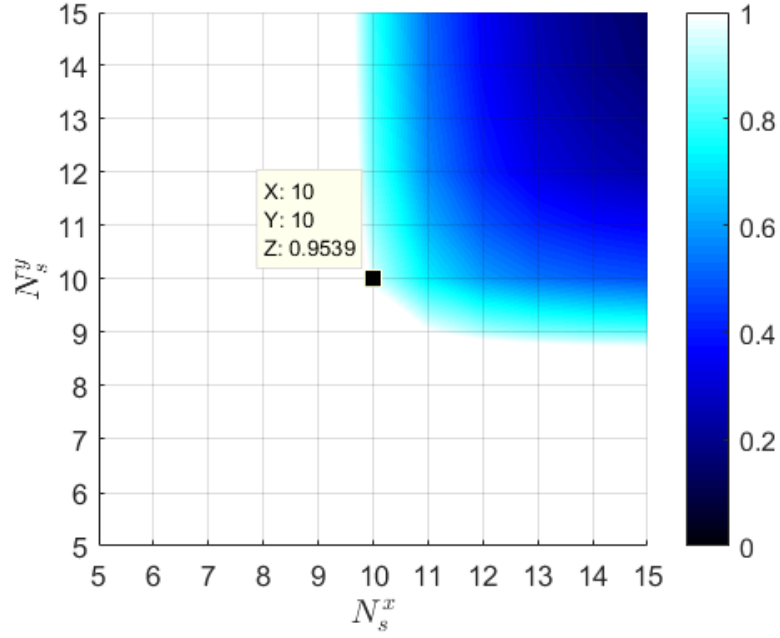
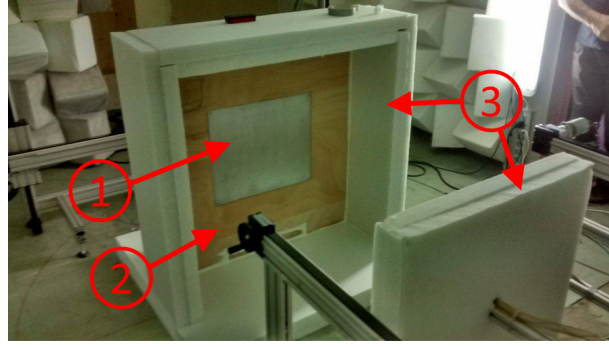


Figure 4.9 EER en fonction du nombre de monopôles suivant x et y pour $z' = 0.1$ m.

Par ailleurs, la source est supposée parfaitement monopolaire et rayonnant dans un milieu semi-infini (le panneau avec son baffle constituent la frontière plane du domaine), ce qui permet d'assimiler les fonctions de transfert H_{sq} à la fonction de Green avec source image en espace semi-infini rappelée ici :

$$H_{sq} = \frac{e^{-jk_0\sqrt{(x_s-x_q)^2+(y_s-y_q)^2+z'^2}}}{2\pi\sqrt{(x_s-x_q)^2+(y_s-y_q)^2+z'^2}}. \quad (4.13)$$

Cette hypothèse permet de se passer de l'étape de mesures de fonctions de transfert décrite en section 2.3.4.1. Ces fonctions de transfert seront considérées pour calculer l'amplitude Q_s à appliquer à chacune des positions de monopôles, aussi bien dans les simulations numériques que pour l'application expérimentale.

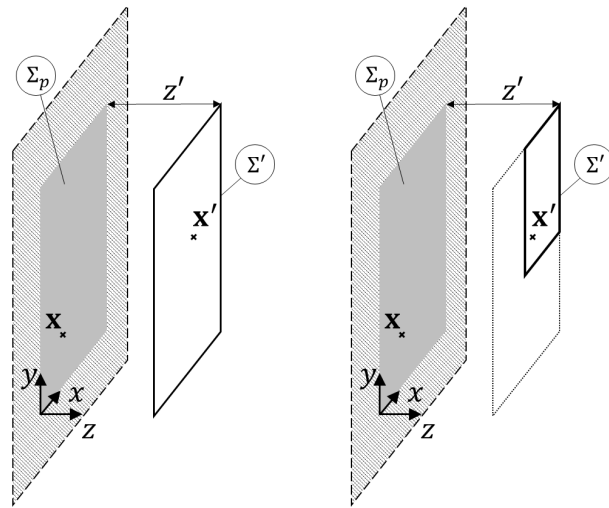


(a)



(b)

Figure 4.10 Montage expérimental. (1) plaque simplement supportée. (2) baffle. (3) mousse absorbante. (4) chambre de compression de la source monopolaire montée sur le robot (tuyau longeant le bras robot). (5) vibromètre laser.



(a)

(b)

Figure 4.11 Illustration de la manipulation réalisée. (a) antenne complète. (b) antenne réellement utilisée après considération des symétries du problème.

4.3.3 Montage expérimental

La plaque a été fabriquée selon le protocole présenté dans [99] et est montée affleurant à un baffle en contreplaqué de dimensions $1 \times 1 \text{ m}^2$ et de 2 cm d'épaisseur (voir figure 4.10(a)). Une source monopolaire « Microflown Mid-High frequency monopole-HFM » (celle utilisée dans le chapitre 3) a été utilisée et est déplacée à l'aide d'un robot trois axes (voir figure 4.10(b)). Cette source, qui se comporte de manière monopolaire entre 100 Hz et 7000 Hz, a été alimentée par un bruit blanc dans la bande de fréquence considérée. Une calibration (décrite en détails en section 3.7.2) a permis de contrôler la pression acoustique en sortie de source.

La réponse vibratoire de la plaque a été mesurée avec un vibromètre laser OFV-353 Polytec en chacun des 15×13 points définissant σ_p . Le vibromètre laser a été monté sur un robot deux axes pour automatiser les mesures. Les mesures ont été effectuées dans une chambre semi-anéchoïque et des plaques de mousse absorbante (« Polyphone » 63 T de Decibel France) de 10 cm d'épaisseur ont été placées sur le sol et autour de la plaque pour empêcher des potentielles réflexions et la possible influence du bruit généré par les robots (voir les figures 4.10(a) et 4.10(b)). Cela a permis d'approcher des conditions parfaitement anéchoïques, d'assurer une bonne représentativité du monopôle par la source Microflown et ainsi de pouvoir décrire les fonctions de transfert H_{sq} par l'équation (4.13). À noter que le panneau de mousse fixé sur le bras robot (visible sur la gauche de la figure 4.10(b)) se déplace avec la source sur le quart de plan, assurant ainsi une isolation acoustique complète de la cavité formée par les plaques de mousse absorbante.

Finalement, les symétries du système offrent la possibilité de ne déplacer le monopôle que sur un quart de la surface Σ' , comme illustré en figure 4.11. Afin de réduire le temps de mesure, qui est déjà significatif pour une seule position de monopôle (car la réponse vibratoire est mesurée sur toute la plaque pour chaque position de source), les propriétés de symétrie sont considérées pour l'application expérimentale.

4.3.4 Validation numérique et expérimentale

4.3.4.1 Indicateurs retenus pour la validation

La validation numérique et expérimentale se fera sur la base de quatre indicateurs :

- les fonctions de sensibilité H_v obtenues par antenne synthétique en un point \mathbf{x}_M choisi arbitrairement et de coordonnées ($x = 0.06 \text{ m}, y = 0.3 \text{ m}, z = 0 \text{ m}$),

- l'autospectre de vitesse G_{vv} de la plaque en ce même point \mathbf{x}_M lorsque celle-ci est excitée par un CAD. L'autospectre est estimé à partir de l'équation (4.5),
- l'autospectre de vitesse moyenné sur toute la plaque $\langle G_{vv} \rangle$ déterminé à partir de l'équation (4.10),
- le TL déterminé à partir des équations (4.6) à (4.9) et de la matrice des résistances de rayonnement données en équation (2.49).

4.3.4.2 Description des différentes approches

Afin de valider la méthode proposée, quatre approches, dénommées « théorie », « antenne synthétique numérique », « antenne synthétique expérimentale » et « mesure directe », sont considérées pour déterminer la réponse vibro-acoustique de la plaque.

« **théorie** » : les fonctions de sensibilité sont déterminées à partir de développements analytiques donnés en section 3.12.1 qui sont basés sur l'interprétation directe des fonctions de sensibilité. Les autospectres et interspectres de vitesse, et l'autospectre de vitesse moyenné sur toute la plaque sont déduits de ces fonctions de sensibilité selon la procédure décrite en section 4.3.4.1. Le calcul théorique de TL est, quant à lui, décrit en détail dans l'annexe A.

« **antenne synthétique numérique** » : les fonctions de sensibilité sont déterminées par simulation de la méthode par antenne synthétique. Les amplitudes $Q_s(\mathbf{k}, \omega)$ à imposer à chacune des N_s positions de la source monopolaire sont calculées en résolvant l'équation (4.1) par pseudo-inversion de la matrice H_{sq} définie en équation (4.13). Les fonctions de sensibilité sont déterminées à partir du modèle présenté en section 3.12 et en calculant la force modale de la façon suivante

$$\mathbf{F}_{mn} = \sum_s Q_s(\mathbf{k}, \omega) \left[\iint_{\Sigma_p} H_{sp}(\omega) \phi_{mn}(\mathbf{x}) d\mathbf{x} \right], \quad (4.14)$$

où H_{sp} sont les fonctions de transfert entre la source s et le point p de la plaque définies en équation (4.13) (en remplaçant l'indice q par p dans cette équation). L'intégrale sur la surface Σ_p dans l'équation (4.14) est résolue par la méthode des rectangles avec une résolution spatiale suffisamment fine définie par σ_p . Les trois autres indicateurs sont déterminés comme décrit en section 4.3.4.1.

« **antenne synthétique expérimentale** » : les fonctions de sensibilité sont déterminées par application expérimentale de la méthode par antenne synthétique. Les amplitudes

$Q_s(\mathbf{k}, \omega)$ à imposer à chacune des positions de la source monopolaire sont calculés de la même façon que pour l'antenne synthétique numérique. La réponse vibratoire de la plaque est mesurée aux N_p points définis par σ_p et pour chaque position de sources N_s . En notant $H_{v/s}(\mathbf{x}, \omega)$ ces $N_p \times N_s$ fonctions de transfert qui correspondent au ratio de la vitesse vibratoire de la plaque aux points définis par σ_p et de l'accélération massique de la source monopolaire Q_s aux N_s positions, les fonctions de sensibilité sont calculées en appliquant le principe de l'antenne synthétique, c'est-à-dire à partir de l'équation (4.15).

$$H_v(\mathbf{x}, \mathbf{k}, \omega) = \sum_s Q_s(\mathbf{k}, \omega) H_{v/s}(\mathbf{x}, \omega). \quad (4.15)$$

Les trois autres indicateurs sont déterminés comme décrit en section 4.3.4.1.

« **mesure directe** » : l'autospectre de vitesse au point \mathbf{x}_M , l'autospectre de vitesse moyenné sur toute la plaque et le TL sont déterminés par mesure en chambres réverbérante – anéchoïque couplées (voir section 4.3.5 pour plus de détails sur les mesures).

4.3.4.3 Détermination des fonctions de sensibilité par antenne synthétique

Les fonctions de sensibilité obtenues par antenne synthétique numérique sont comparées à la théorie suivant k_x pour $k_y = 0$ en figure 4.12 et suivant k_y pour $k_x = 0$ en figure 4.13, et dans les deux cas en fonction de la fréquence.

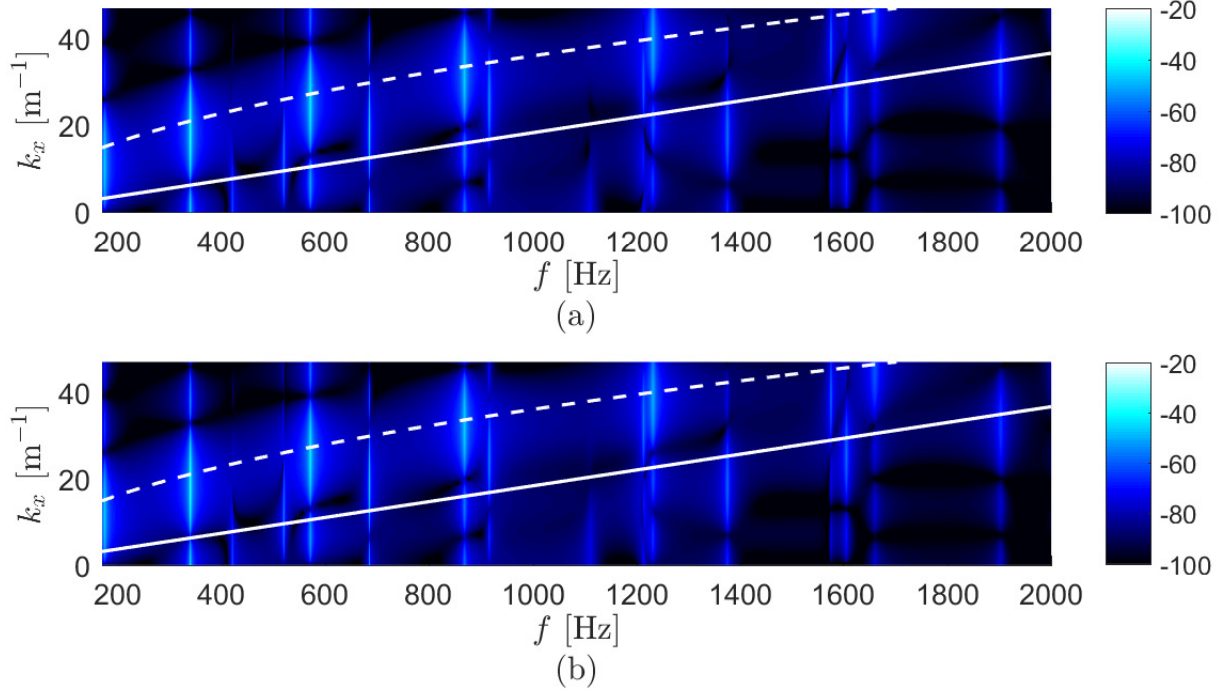


Figure 4.12 Valeur absolue des fonctions de sensibilité au carré $|H_v(\mathbf{x}, \mathbf{k}, f)|^2$ suivant k_x et pour $k_y = 0$ (dB, ref. $1 \text{ m}^2 \cdot \text{s}^{-2}$) : (a) théorie, (b) antenne synthétique numérique. k_0 (ligne continue). k_f (ligne en tirets).

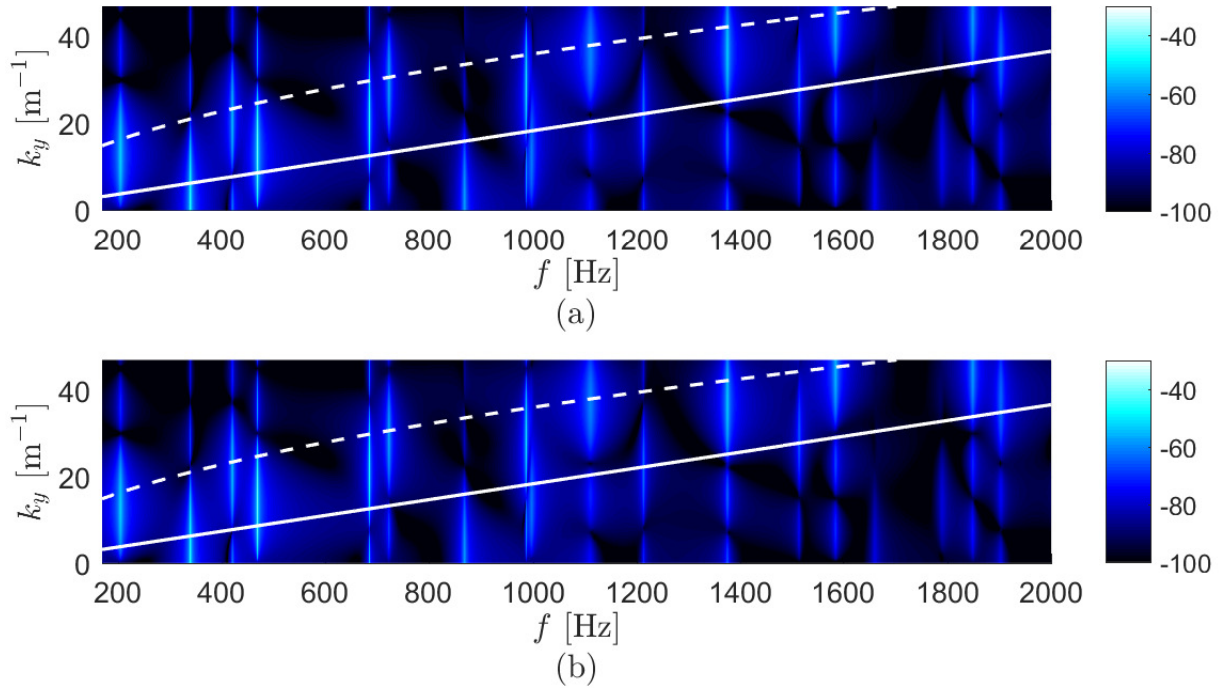


Figure 4.13 Valeur absolue des fonctions de sensibilité au carré $|H_v(\mathbf{x}, \mathbf{k}, f)|^2$ suivant k_y et pour $k_x = 0$ (dB, ref. $1 \text{ m}^2 \cdot \text{s}^{-2}$) : (a) théorie, (b) antenne synthétique numérique. k_0 (ligne continue). k_f (ligne en tirets).

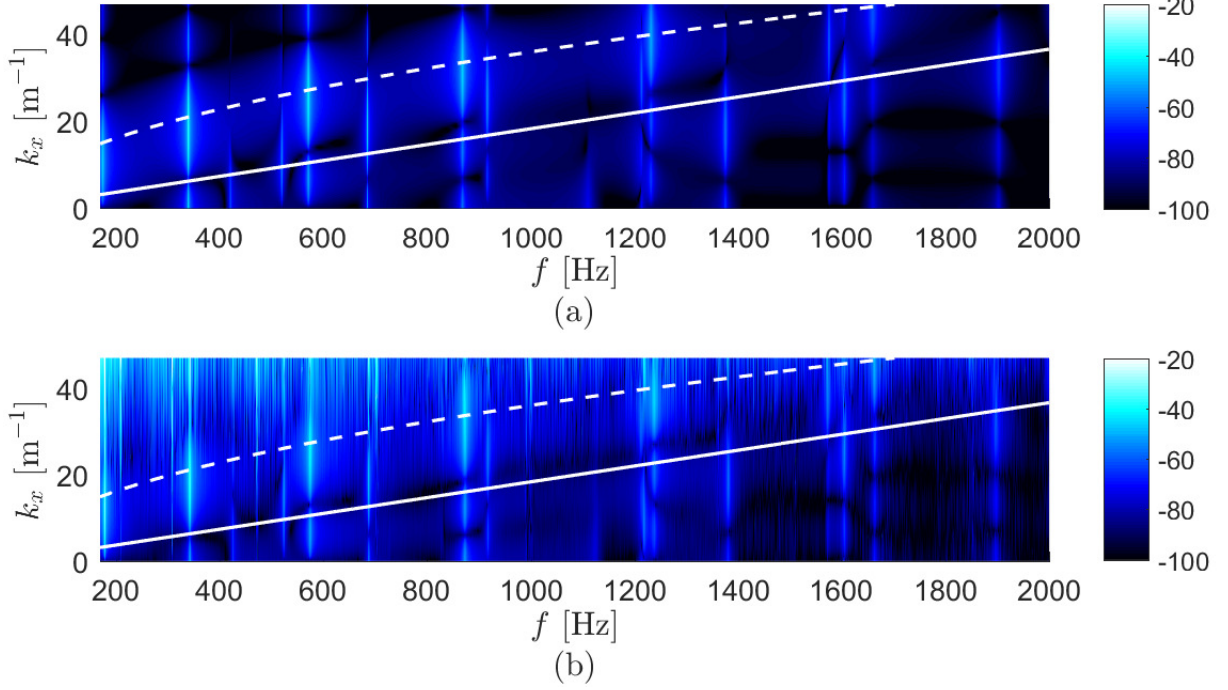


Figure 4.14 Valeur absolue des fonctions de sensibilité au carré $|H_v(\mathbf{x}, \mathbf{k}, f)|^2$ suivant k_x et pour $k_y = 0$ (dB, ref. 1 m².s⁻²) : (a) théorie, (b) antenne synthétique expérimentale. k_0 (ligne continue). k_f (ligne en tirets).

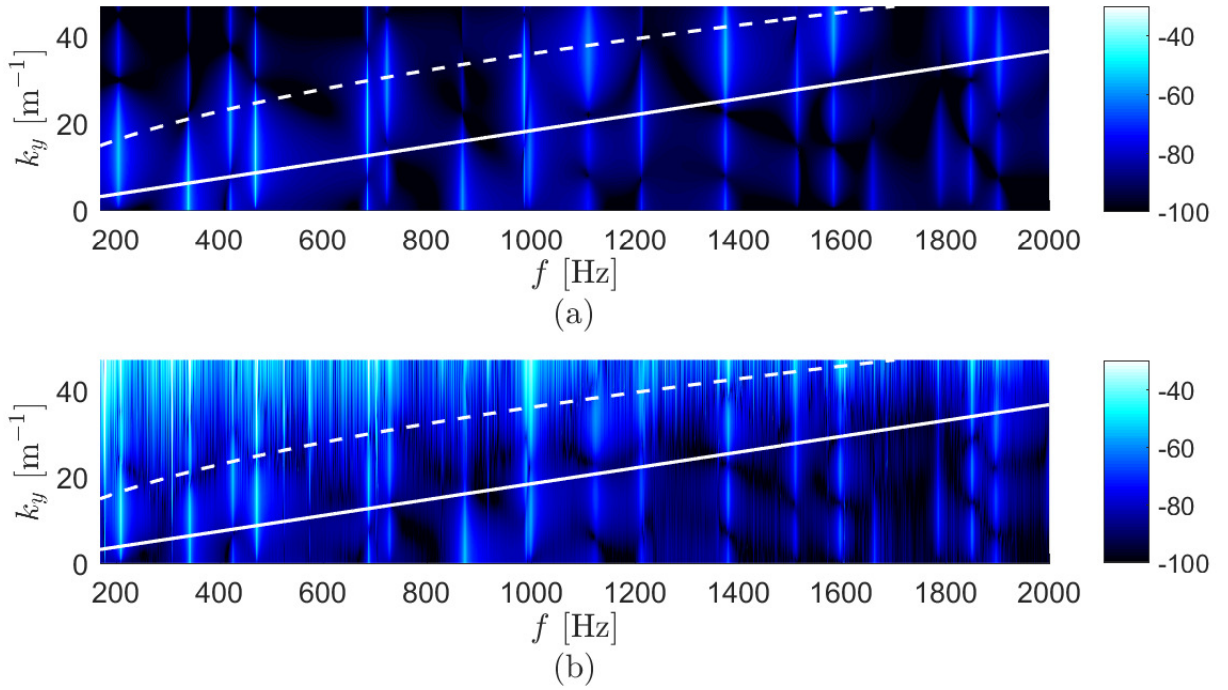


Figure 4.15 Valeur absolue des fonctions de sensibilité au carré $|H_v(\mathbf{x}, \mathbf{k}, f)|^2$ suivant k_y et pour $k_x = 0$ (dB, ref. 1 m².s⁻²) : (a) théorie, (b) antenne synthétique expérimentale. k_0 (ligne continue). k_f (ligne en tirets).

Les courbes de dispersion correspondant au nombre d'onde acoustique k_0 et au nombre d'onde de flexion de la plaque k_f sont également indiquées sur ces deux figures. Au-delà du nombre d'onde acoustique, l'interspectre de pression pariétale du CAD est nul. Les fonctions de sensibilité doivent donc être bien déterminées uniquement pour les nombres d'onde inférieurs à k_0 (i.e., dans le domaine acoustique).

Les figures 4.12 et 4.13 montrent que les fonctions de sensibilité obtenues par antenne synthétique numérique sont en excellent accord avec la théorie, aussi bien dans le domaine acoustique que pour des nombres d'onde $\mathbf{k} \geq k_0$, et ce, dans les deux directions k_x et k_y . Ceci valide numériquement la méthode par antenne synthétique pour déterminer les fonctions de sensibilité.

De la même manière, les fonctions de sensibilité obtenues par antenne synthétique expérimentale sont comparées à la théorie en figures 4.14 et 4.15. Les fonctions de sensibilité expérimentales ont une apparence bruitée pour des nombres d'onde élevés. Cela peut s'expliquer par le fait que le système à résoudre (i.e., équation (4.1)) est globalement mal conditionné, comme cela a été vu en section 4.2, le rendant ainsi sensible aux bruits et erreurs de mesure. Des méthodes de régularisation auraient pu être utilisées pour améliorer les résultats, mais dans le domaine acoustique, domaine d'intérêt pour le calcul de la réponse de la plaque sous CAD, les fonctions de sensibilité expérimentales présentent un bon accord avec la théorie. Les fonctions de sensibilité ont donc été utilisées telles quelles pour déduire la réponse vibro-acoustique de la plaque sous CAD.

4.3.4.4 Réponse d'un panneau sous champ acoustique diffus

Les trois indicateurs vibro-acoustiques retenus pour valider la méthode sont déduits des fonctions de sensibilité obtenues numériquement et expérimentalement par antenne synthétique. Ces indicateurs sont l'autospectre de vitesse en un point, l'autospectre de vitesse moyenné sur toute la plaque et le TL, et sont présentés en figures 4.16, 4.17 et 4.18, respectivement, en confrontant les simulations numériques de l'antenne synthétique à des valeurs issues des modèles théoriques. Dans les trois cas, l'autospectre de pression pariétale a été fixé à $G_{p_b p_b}(f) = 1 \text{ Pa}^2 \cdot \text{Hz}^{-1}$. Les résultats obtenus par antenne synthétique numérique sont en accord avec la théorie, ce qui valide numériquement la méthode par antenne synthétique pour caractériser la réponse vibro-acoustique de la plaque étudiée. Les petits pics observables hors résonance sont dus à la coupure en k_0 de l'interspectre de pression pariétale en nombre d'onde du CAD (comme illustré en figure 2.2). Au nombre d'onde de coupure, l'interspectre tend en théorie vers l'infini et du fait que le domaine des

nombres d'onde soit discrétisé avec une résolution de 1 m^{-1} , les valeurs proches de k_0 sont mal estimées.

La réponse vibro-acoustique de la plaque est ensuite déduite des fonctions de sensibilité obtenues par antenne synthétique expérimentale et comparée à la théorie (toujours avec $G_{p_b p_b}(f) = 1 \text{ Pa}^2 \cdot \text{Hz}^{-1}$). En figures 4.19, 4.20 et 4.21 sont comparés l'autospectre de vitesse au point \mathbf{x}_M , l'autospectre de vitesse moyenné sur toute la plaque et le TL, respectivement. Les écarts aux pics de résonance peuvent être expliqués par le fait que l'amortissement modal, qui est pris en compte dans le calcul théorique de la réponse de la plaque sous CAD, a été estimé pour les premiers modes uniquement via des mesures de réponse vibratoire de la plaque excitée par un pot vibrant. Ce dernier peut avoir eu une influence sur l'amortissement du panneau à certains modes. Finalement, les décalages en fréquence au niveau de certains pics de résonance (comme celui situé à environ 1100 Hz) sont attribués à la représentativité des conditions aux limites de la plaque utilisée dans les manipulations, qui sont proches de conditions d'appui simple mais forcément pas idéales. Cela-dit, les écarts observés sont relativement faibles (inférieurs à 3 dB) et les résultats déduits des fonctions de sensibilité expérimentales sont en très bon accord avec la théorie, ce qui valide expérimentalement la méthode par antenne synthétique.

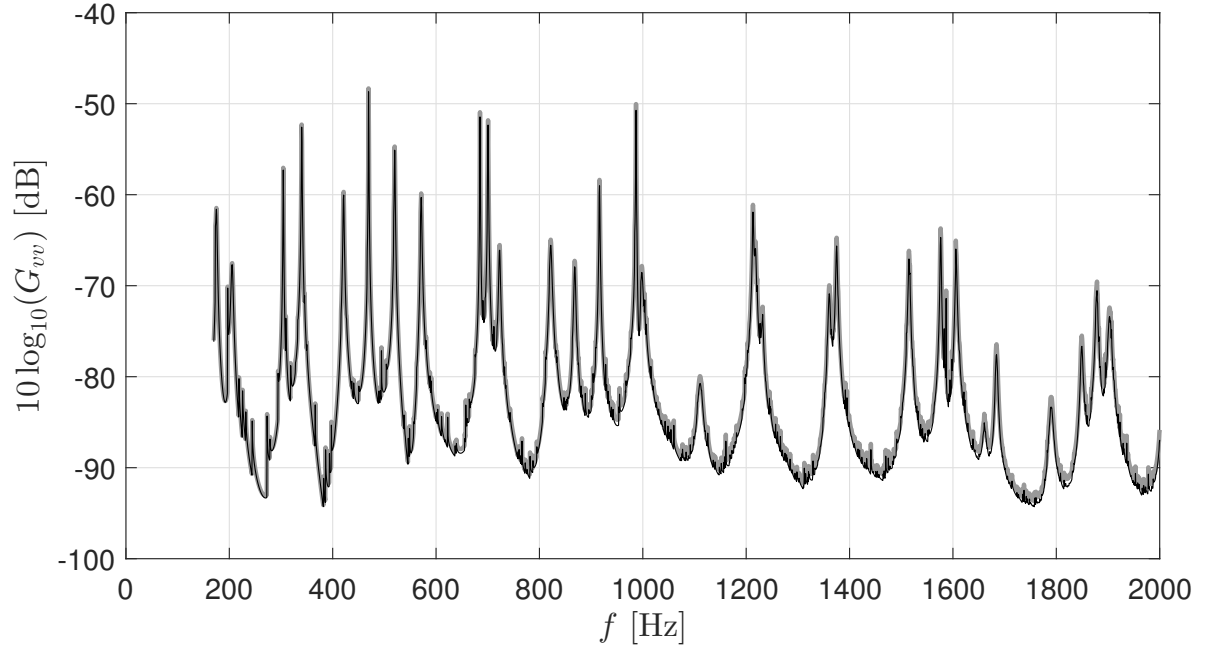


Figure 4.16 Autospectre de vitesse G_{vv} au point \mathbf{x}_M (dB, ref. $1 \text{ m}^2 \cdot \text{s}^{-2} \cdot \text{Hz}^{-1}$) : théorie (ligne grise épaisse) vs. antenne synthétique numérique (ligne noire fine).

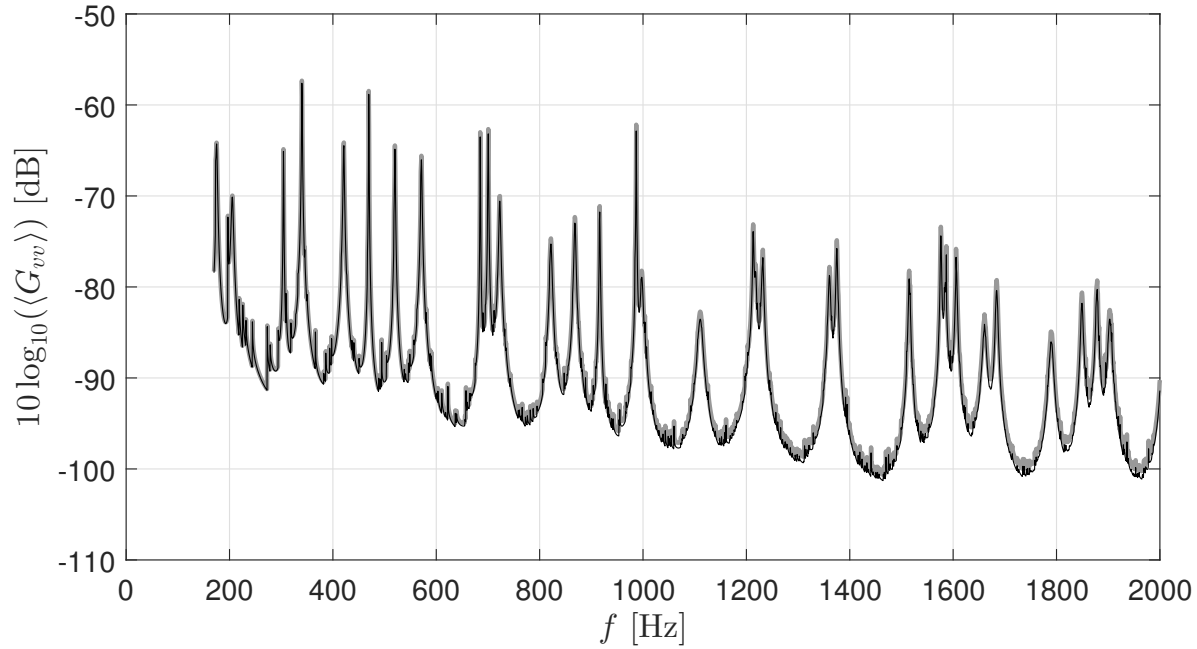


Figure 4.17 Autospectre de vitesse $\langle G_{vv} \rangle$ moyenné sur toute la plaque (dB, ref. 1 m².s⁻².Hz⁻¹) : théorie (ligne grise épaisse) vs. antenne synthétique numérique (ligne noire fine).

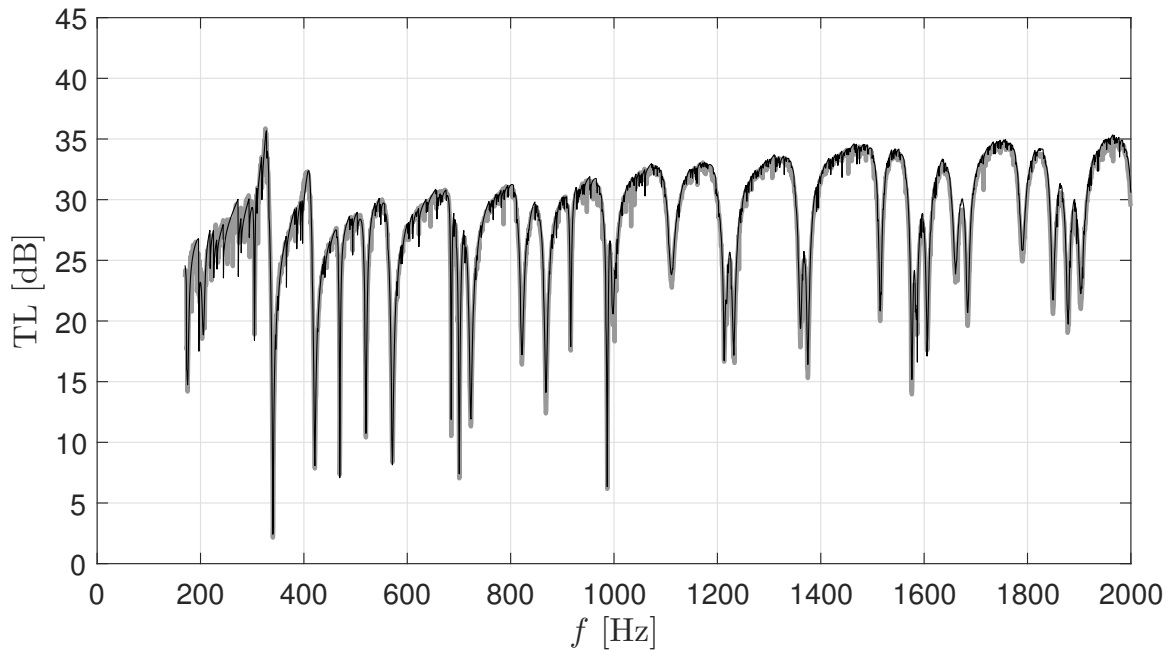


Figure 4.18 TL (dB) : théorie (ligne grise épaisse) vs. antenne synthétique numérique (ligne noire fine).

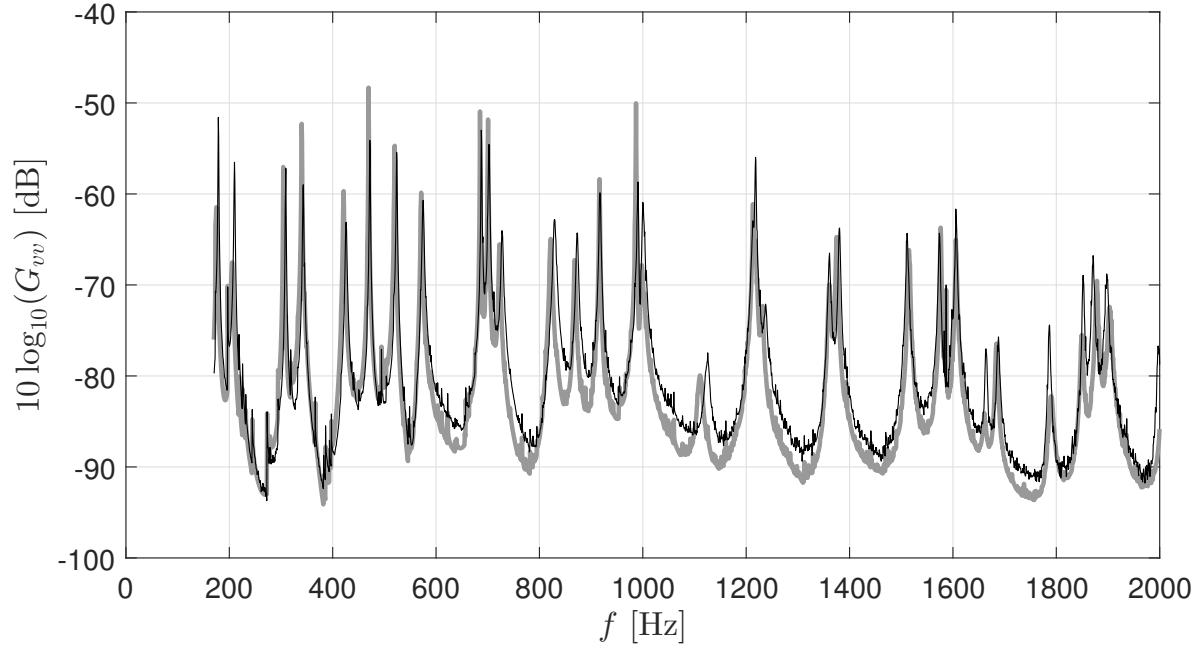


Figure 4.19 Autospectre de vitesse G_{vv} au point \mathbf{x}_M (dB, ref. $1 \text{ m}^2.\text{s}^{-2}.\text{Hz}^{-1}$) : théorie (ligne grise épaisse) vs. antenne synthétique expérimentale (ligne noire fine).

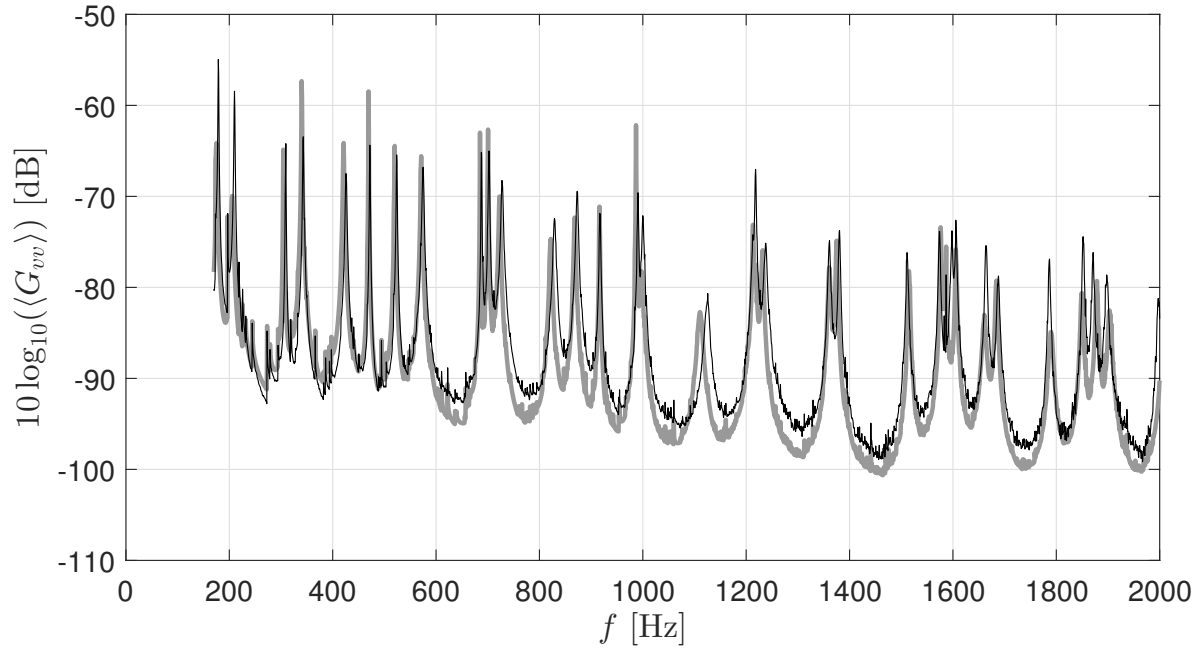


Figure 4.20 Autospectre de vitesse $\langle G_{vv} \rangle$ moyenné sur toute la plaque (dB, ref. $1 \text{ m}^2.\text{s}^{-2}.\text{Hz}^{-1}$) : théorie (ligne grise épaisse) vs. antenne synthétique expérimentale (ligne noire fine).

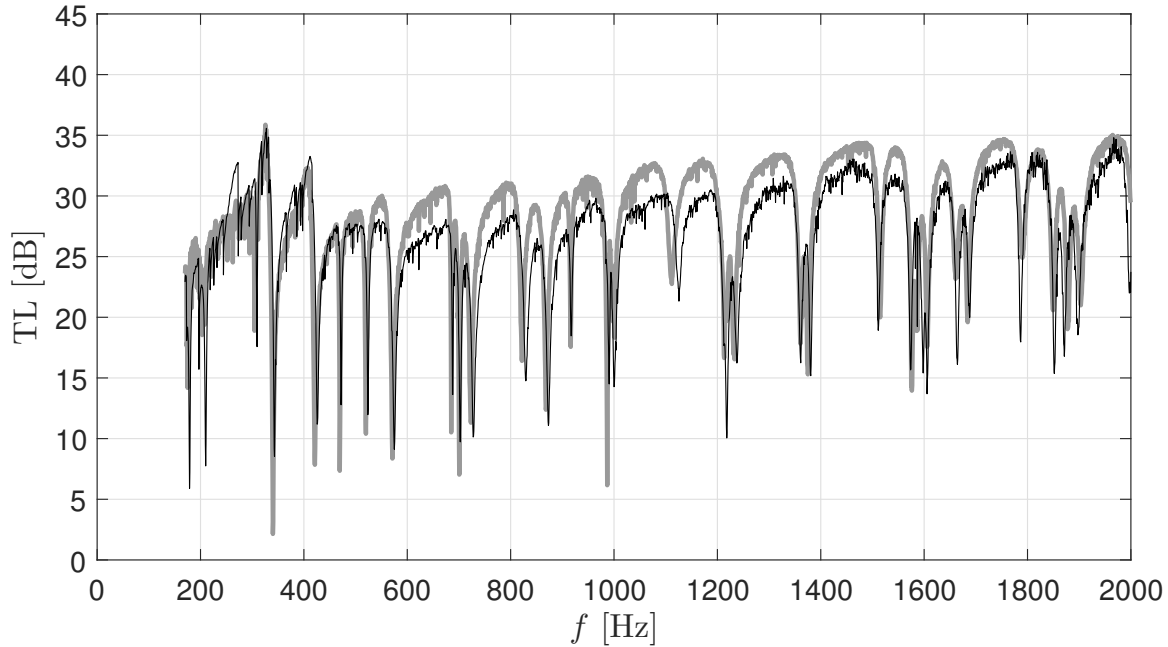


Figure 4.21 TL (dB) : théorie (ligne grise épaisse) vs. antenne synthétique expérimentale (ligne noire fine).

4.3.5 Confrontation de la méthode par antenne synthétique à des mesures en chambres couplées

La méthode par antenne synthétique est finalement confrontée à des mesures en chambres réverbérante – anéchoïque couplées. Ces dernières ont été faites à l'Université de Sherbrooke sur une plaque (nommée « P2 ») similaire à celle utilisée jusque-là (nommée « P1 ») pour déterminer les fonctions de sensibilité (mêmes dimensions, matériaux et conditions aux limites). L'ensemble des mesures réalisées en chambres couplées est décrit en détail en section 3.8, aussi bien pour les mesures vibratoires que pour la mesure du TL. Les courbes d'autospectre de vitesse au point \mathbf{x}_M et du TL correspondent exactement à celles présentées en section 3.8 et seul l'autospectre de vitesse moyenné sur toute la plaque extrait de ces mêmes mesures a été rajouté dans ce chapitre. Les autospectres de vitesse ont été mesurés en chambres couplées sur un maillage de 31×23 , puis l'autospectre moyen a été calculé à partir de l'équation (4.10).

En figure 4.22 sont comparés les autospectres de vitesse au point \mathbf{x}_M en prenant en compte l'autospectre de pression pariétale mesuré en chambre réverbérante pour la méthode par antenne synthétique. L'autospectre de pression pariétale considéré est identique à celui considéré en section 3.8.1 (s'y référer pour plus de détails). Outre les explications données en section 3.8.1 pour justifier les différences entre les courbes (imprécision sur le position-

nement du point \mathbf{x}_M dans la mesure en chambres couplées et différences entre le champ de pression reproduit en chambre réverbérante avec la théorie), une partie des écarts observés est attribuée au fait que deux plaques légèrement différentes aient été utilisées dans les deux manipulations. Dans ce chapitre, les fonctions de sensibilité ont été mesurées sur la plaque P1 et la réponse en chambres couplées sur la plaque P2. Cela explique notamment les écarts observés entre 300 et 400 Hz qui n'étaient pas aussi importants en figure 3.8 pour laquelle la réponse a été estimée à partir des fonctions de sensibilité mesurées sur la même plaque P2.

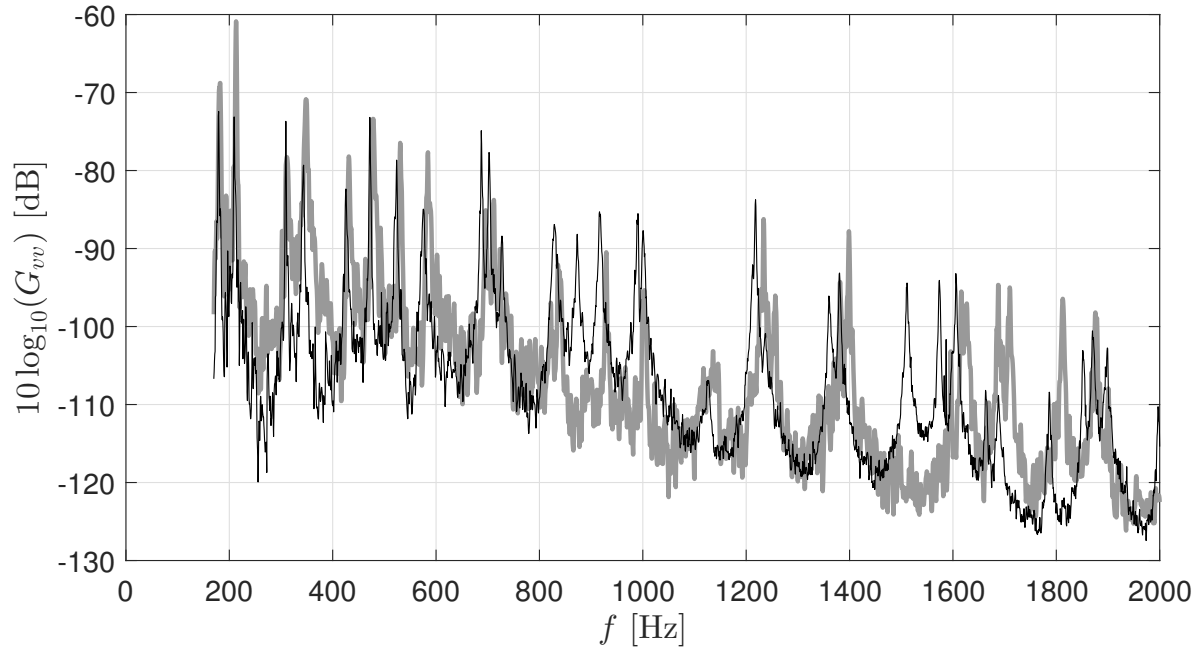


Figure 4.22 Autospectre de vitesse G_{vv} au point \mathbf{x}_M (dB, ref. $1 \text{ m}^2 \cdot \text{s}^{-2} \cdot \text{Hz}^{-1}$) : mesure directe (ligne grise épaisse) vs. antenne synthétique expérimentale (ligne noire fine).

La figure 4.23 présente les autospectres de vitesse moyennés sur toute la plaque. Encore une fois, deux plaques similaires P1 et P2 sont comparées et l'autospectre de pression pariétale mesuré en chambre réverbérante est pris en compte dans l'estimation des autospectres de vitesse par antenne synthétique. Les erreurs liées au positionnement du point de mesure sont gommées par le moyennage spatial, ce qui explique que les pics de résonance à environ 900 Hz et 1500 Hz apparaissent cette fois-ci dans les deux mesures. De manière générale, les autospectres local et moyenné estimés à partir des fonctions de sensibilité obtenues par antenne synthétique expérimentale sont en bon accord avec la mesure directe.

Finalement, les TL obtenus par les deux moyens d'essai sont comparés en figure 4.24. Tout comme le résultat présenté en figure 3.10, au-dessus de la fréquence de Schroeder (410 Hz),

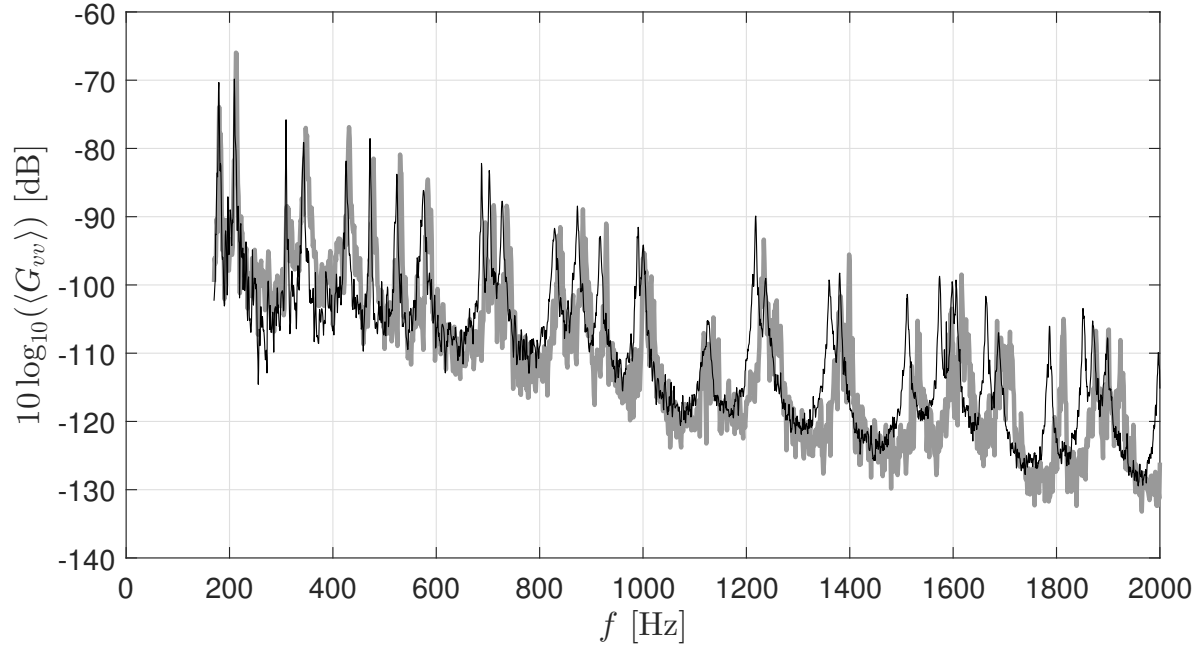


Figure 4.23 Autospectre de vitesse $\langle G_{vv} \rangle$ moyenné sur toute la plaque (dB, ref. 1 m².s⁻².Hz⁻¹) : mesure directe (ligne grise épaisse) vs. antenne synthétique expérimentale (ligne noire fine).

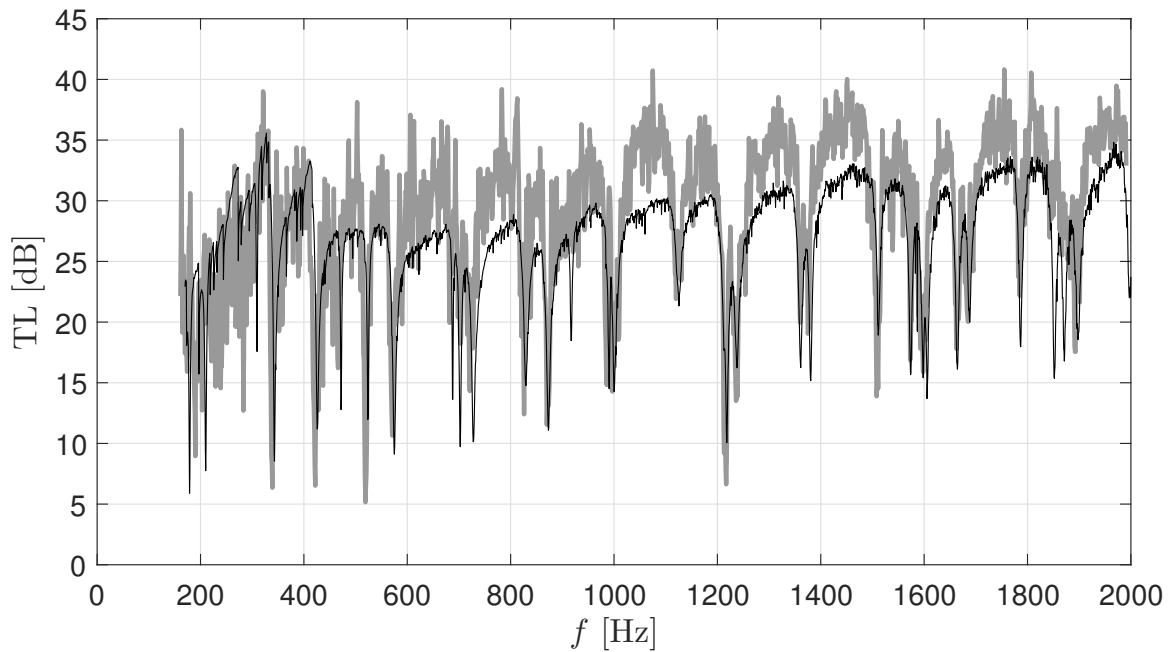


Figure 4.24 TL (dB) : mesure directe (ligne grise épaisse) vs. antenne synthétique expérimentale (ligne noire fine).

le TL mesuré en chambres couplées est inférieur à celui estimé par antenne synthétique (d'environ 5 dB en moyenne). En dessous de la fréquence de Schroeder, la tendance s'in-

verse. La densité modale est trop faible pour justifier une description stochastique et le champ reproduit ne correspond pas à un champ diffus (champ de pression marqué par les modes de cavité). Au-delà de la fréquence de Schroeder, les différences peuvent être attribuées à l'inhomogénéité du champ de pression pariétale généré par la chambre réverbérante et notamment à l'absence d'ondes rasantes. Cela-dit, le TL obtenu par antenne synthétique expérimentale est en assez bon accord avec la mesure directe. L'interspectre de pression pariétale de l'excitation reproduite en chambre réverbérante aurait pu être mesuré et pris en compte dans la méthode par antenne synthétique pour avoir un meilleur accord entre les résultats obtenus.

4.4 Conclusion

Dans ce chapitre, la méthode par antenne synthétique a été étudiée pour déterminer les fonctions de sensibilité expérimentalement, puis caractériser le comportement vibro-acoustique d'un panneau sous champ acoustique diffus. Cette méthode repose sur l'interprétation directe des fonctions de sensibilité qui consiste à voir ces fonctions comme la réponse vibro-acoustique du panneau lorsqu'il est excité par des ondes planes pariétales de nombre d'onde donné. À partir d'un réseau de sources acoustiques, un champ de pression correspondant à une onde plane pariétale peut être reconstruit, mais le nombre de sources augmente avec le nombre d'onde de l'onde plane à reproduire. Le principe de l'antenne synthétique a donc été utilisé pour pallier ce problème. Celui-ci consiste à décrire la réponse d'une antenne de sources comme la somme des réponses de chacune des sources. Ainsi, en balayant spatialement une unique source et en enregistrant la réponse de la plaque excitée successivement en autant de positions de source que nécessaire, une antenne de sources peut être reconstituée virtuellement par post-traitement.

Une étude paramétrique a permis de relier les différents paramètres de l'antenne au nombre d'onde maximum de l'onde plane pariétale à reproduire. Cette étude numérique est donc indépendante de l'excitation aléatoire considérée. Suite à cela, la méthode par antenne synthétique a été validée numériquement et expérimentalement pour un cas test bien défini, à savoir une plaque plane en aluminium simplement supportée sur ses bords et excitée par un champ acoustique diffus. Enfin, la méthode proposée a été confrontée à des mesures directes en chambres couplées. Cette confrontation a montré des différences qui peuvent principalement se justifier par la représentativité du champ de pression reproduit en chambre réverbérante. Un bon accord a toutefois été remarqué.

On se propose de confronter les méthodes pour déterminer les fonctions de sensibilité étudiées jusque-là afin d'extraire leurs avantages et inconvénients. Une troisième méthode alternative aux moyens d'essais usuels se basant sur détermination des déformées modales du panneau est également proposée en annexe B. Celle-ci offre l'avantage d'obtenir les fonctions de sensibilité sur tout le panneau mais a également ses limitations. Par manque de temps, l'étude s'est limitée à une validation numérique et ne sera donc pas prise en considération dans cette confrontation. Le cas test considéré dans ce chapitre est identique à celui retenu pour l'étude présentée en chapitre 3, ce qui permet de comparer les deux méthodes sur la base des résultats obtenus (fonctions de sensibilité et réponse vibro-acoustique). À titre de comparaison, les figures 3.6(b) et 4.19 permettent de confronter les deux méthodes puisqu'elles ont la même référence, tout comme les figures 3.10(a) et 4.21. La validation expérimentale des deux méthodes dans le cas d'un champ acoustique diffus a mis en avant leur capacité à déterminer expérimentalement les fonctions de sensibilité de manière précise dans le domaine compris dans le cercle de nombre d'onde acoustique. Cela-dit, pour des nombres d'onde plus élevés, les fonctions de sensibilité obtenues par antenne synthétique sont bruitées, ce qui est notamment dû au mauvais conditionnement du système à résoudre rendant la méthode très sensible aux erreurs (comme par exemple l'hypothèse de monopôle parfait dans un espace semi-infini, qui n'est pas parfaitement vérifiée en pratique). En faisant la mesure des fonctions de transfert H_{sq} , les résultats seraient probablement meilleurs, et ce, même en hauts nombres d'onde, car les fonctions de transfert caractériseraient de manière plus exacte le milieu acoustique (cela reste une piste à explorer). La méthode par réciprocité n'a pas montré de limites quant à sa capacité à déterminer les fonctions de sensibilité pour des nombres d'onde élevés.

En ne s'intéressant qu'à la réponse vibratoire du panneau, la méthode par réciprocité est plus simple à mettre en œuvre et nécessite moins de contrôle sur l'environnement acoustique (moins sensible au bruit de fond). En ce qui concerne la détermination du TL, les deux méthodes requièrent un temps de mesure important et nécessitent un milieu acoustique contrôlé (chambre anéchoïque). Le TL déterminé par antenne synthétique s'obtient par post-traitement en faisant rayonner le panneau via la matrice des résistances de rayonnement (cela suppose de connaître le milieu acoustique côté réception), alors que la méthode par réciprocité tient intrinsèquement compte du milieu acoustique. Finalement, la réponse vibro-acoustique prédite via la méthode réciprocité est en meilleur accord avec la théorie que celle prédite par antenne synthétique, notamment aux anti-résonances.

Pour toutes les raisons énoncées plus haut (simplicité de mise en œuvre, précision, moins sensibles aux erreurs de mesures, etc.), la méthode par réciprocité sera retenue pour la suite des travaux présentés dans ce mémoire.

CHAPITRE 5

Application de la méthode basée sur le principe de réciprocité au cas d'une couche limite turbulente

5.1 Avant-propos

Auteurs et affiliations :

- Christophe Marchetto, INSA-Lyon, LVA & Université de Sherbrooke, Faculté de génie, Département de génie mécanique, GAUS.
- Laurent Maxit, INSA-Lyon, LVA.
- Alain Berry, Faculté de génie, Département de génie mécanique, GAUS.
- Olivier Robin, Faculté de génie, Département de génie mécanique, GAUS.

Date de soumission : 30 octobre 2017.

Titre français : Prédiction expérimentale de la réponse vibratoire de panneaux sous couche limite turbulente à partir des fonctions de sensibilité.

Contribution au mémoire :

Cet article fait suite aux études présentées dans les chapitres 3 et 4. L'objectif est de caractériser le comportement vibratoire d'un panneau lorsqu'il est excité par une couche limite turbulente subsonique. Si le champ acoustique diffus est énergétiquement nul aux nombres d'onde supérieurs au nombre d'onde acoustique, une couche limite turbulente subsonique a, quant à elle, ses contributions les plus énergétiques en dehors du domaine acoustique. Il est donc nécessaire de déterminer les fonctions de sensibilité sur un plus large domaine des nombres d'onde que celui défini dans l'étude présentée en chapitre 3. La méthode proposée repose toujours sur la formulation mathématique du problème en nombre d'onde et les fonctions de sensibilité sont déterminées en utilisant le principe de réciprocité (méthode retenue suite aux conclusions apportées en section 4.4). Contrairement à l'excitation de type champ diffus considérée jusque-là, aucun modèle ne permet de décrire avec précision une couche limite turbulente reproduite en soufflerie. Afin de valider

la méthode par confrontation avec des mesures directes sous écoulement, l'excitation a été caractérisée en soufflerie en utilisant une antenne pariétale de microphones à haute densité. Une procédure pour caractériser l'excitation est donc présentée dans cet article. Enfin les fonctions de sensibilité et l'interspectre de l'excitation caractérisé expérimentalement sont combinés pour déterminer la réponse vibratoire d'un panneau selon la méthode proposée. La confrontation avec une mesure vibratoire du même panneau monté en soufflerie et soumis au même écoulement atteste de la validité de la méthode.

Résumé français :

Cette étude vise à valider une méthode expérimentale pour caractériser le comportement vibratoire de panneaux excités par une couche limite turbulente comme possible alternative aux moyens d'essais standards comme la soufflerie ou les tests *in situ*. L'approche met à profit une séparation explicite des contributions de l'excitation du comportement dynamique du panneau. À partir de mesures de fonctions de transfert déterministes sur le panneau, appelées « fonctions de sensibilité », qui sont ensuite combinées à des mesures ou un modèle des fluctuations de pression pariétale induites par la couche limite turbulente, la réponse vibratoire sous ce type d'excitation peut être déduite. À des fins de validation, les fluctuations de pression pariétale induites par une couche limite générée dans une soufflerie aérodynamique sont mesurées à l'aide d'une antenne de microphones montée affleurant. Les coefficients de décroissance et la vitesse de convection, qui caractérise majoritairement l'excitation, sont extraits de ces mesures. La réponse vibratoire à cette excitation est estimée suivant la méthode proposée à partir des fonctions de sensibilité mesurées et du modèle de Mellen [88] alimenté par les coefficients de décroissance et la vitesse de convection estimés expérimentalement. Une comparaison entre l'autospectre de vitesse mesuré directement sous écoulement et celui prédit suivant la méthode proposée montre un accord satisfaisant.

Experimental prediction of the vibration response of panels under a turbulent boundary layer excitation from sensitivity functions

Abstract

This study aims at validating an experimental method for characterizing the vibration behavior of panels excited by a turbulent boundary layer excitation as a possible alternative to standards means like wind-tunnels or *in situ* tests. The approach takes advantage of an explicit separation of the excitation contribution from the dynamic behavior of the panel. Based on the measurement of deterministic transfer functions on the panel, called ‘sensitivity functions’, which are then combined with either measurements or a model of the wall-pressure fluctuations induced by the turbulent boundary layer excitation, the vibration response under such an excitation can be retrieved. For validation purposes, the wall-pressure fluctuations of the turbulent flow generated in an anechoic wind tunnel are measured with a flush-mounted microphone array. The decay rates and the convection velocity which mainly characterize the excitation are extracted from these measurements. The plate velocity response to this excitation is estimated following the proposed method using the measured sensitivity functions and the model of Mellen fed with experimentally estimated decay rates and convection velocity. A comparison between a directly measured vibration autospectrum under the actual flow and the one predicted following the suggested method shows satisfactory agreement.

5.2 Introduction

The experimental characterization of panels vibration under a turbulent boundary layer (TBL) excitation is of great interest for the transport industry and for researchers studying flow-induced vibration topics. Panel-like structures are mainly tested in wind tunnels or via *in situ* measurements. These experimental methods are hard to control, costly and subjected to variability between different laboratories and/or measuring techniques. Over the past decades, studies have been carried out to experimentally synthesize the pressure field induced by a TBL on a panel surface using an array of acoustic sources [8, 22, 23] and ultimately providing improved methods to characterize the vibration behavior of a panel under this excitation. However, these synthesis methods require a large number of sources (approximately 4 per smallest wavelength) to reproduce the small correlation

lengths of the surface pressure field induced by the TBL, especially for subsonic velocities of the convected TBL. As frequency increases, the number of reproduction sources thus becomes very large and then prohibitive. A synthesis of the TBL excitation focussed on a subdomain of the simulation surface [82] helps reaching higher frequencies while ensuring correct reproduction of the TBL excitation, but limits the observation area to a fraction of the actual panel. Also, some of the proposed methods [13, 98] are not able to accurately reproduce the TBL-induced wall-pressure field outside the acoustic wavenumber domain, where the most energetic components of a subsonic TBL are yet located and should be taken into account.

In this context, this study investigates an alternative approach to experimentally predict the vibration response of panels under a TBL excitation by separating the contributions of the forcing wall-pressure excitation from the vibration behavior of the panel. Indeed, the mathematical formulation in the wavenumber domain of a panel vibration response when submitted to random excitations allows estimating the system response at any point on the structure from wall-pressure cross-spectral density (CSD) functions (characterizing the excitation) and from so-called ‘sensitivity functions’. The latter are defined as the panel vibration response to wall-pressure acoustic plane waves and characterize the intrinsic vibration behavior of the panel. Since the contributions of the excitation and those from the structural behavior are separated, the method can be fed with numerical and/or experimental data either for the excitation or for the sensitivity functions. This allows performing fast parametric studies by changing the properties of the panel or those of the excitation.

A method [76] has recently been proposed for estimating the sensitivity functions experimentally without having to excite the panel by sets of surface plane waves which is hard to realize in practice. This alternative approach is based on the reciprocity principle, which states that the sensitivity functions at any point on the structure are equivalent to the panel velocity response expressed in the wavenumber domain when the system is excited by a normal effort at the point of interest. Following this, the experimental process for estimating the sensitivity functions consists in exciting the panel with a transverse force at the point where the panel vibration response is to be determined. The spatial vibratory response of the panel to this force is measured with a scanning laser vibrometer. In a subsequent post-processing phase, a discrete 2-D wavenumber transform of the measured vibratory field normalized by the input force is performed to deduce the sensitivity functions. Finally, by combining the wall-pressure CSD function of the considered random excitation and the previously estimated sensitivity functions, the response of the panel ex-

cited by the random excitation can be deduced at the point of interest. This approach has been successfully applied in the case of a panel excited by a diffuse acoustic field (DAF) [76]. In this particular case, the wall-pressure field (WPF) is described in the wavenumber domain by components restricted to the acoustic domain and the sensitivity functions of the panel have to be evaluated only for wavenumbers of magnitude smaller than the acoustic wavenumber.

In principle, the method proposed in [76] can be applied for a panel excited by a spatially homogeneous stationary turbulent boundary layer and it is the purpose of this paper to apply and to experimentally validate this approach for such an excitation. In contrast with the DAF, the WPF of a subsonic TBL excitation exhibits components located outside the acoustic domain. The results of the method would therefore be sensitive to the accuracy of the measured sensitivity functions for wavenumbers larger than the acoustic wavenumber. A particular attention is therefore paid to the estimation of these sensitivity functions for a set of wavenumbers adapted for dealing with TBL excitations. Moreover, unlike the DAF for which the theoretical CSD functions are well defined [93], various models of the TBL excitation [26, 89] exist but none of them is able to accurately describe the WPF induced by a TBL excitation on a large wavenumber range. These models are mostly semi-empirical and can thus be adjusted through parameters like decay rates and convective wavenumber. As there is no clear consensus in the literature regarding universal values for these parameters and/or the model to be used, the WPF of the excitation considered in this study has been measured and used to fit the model of Mellen [88].

The paper is organized as follows : the mathematical formulation of the vibration problem is presented in Sec. 5.3.1, and the sensitivity functions involved in the problem are defined in Sec. 5.3.2 based on the reciprocity principle. The proposed methodology for characterizing the panel vibration response under a TBL is summarized in Sec. 5.3.3. The characterization of the WPF under the experimental TBL excitation is presented in Sec. 5.4. In Sec. 5.5 the procedure is validated for an aluminum panel excited by a turbulent flow, based on measured sensitivity functions and an adjusted model of the WPF. The measured sensitivity functions are presented in Sec. 5.5.2. Finally, the complete method is implemented to predict the vibration response of the panel to the experimental TBL, which are compared to direct measurements performed in an anechoic wind tunnel in Sec. 5.5.3.

5.3 Proposed method for estimating the vibration response of panels under a turbulent boundary layer excitations

Let us consider a baffled panel of surface Σ_p with arbitrary boundary conditions. As illustrated in Fig. 5.1, a fully developed TBL with a flow velocity U_∞ outside the boundary layer is supposed to excite the panel on one of its sides. This excitation is considered stationary in time and spatially homogeneous. We also define $\mathbf{x} = (x, y)$ an observation point and $\tilde{\mathbf{x}} = (\tilde{x}, \tilde{y})$ an excitation point (where the surface pressure fluctuation induced by the TBL is prescribed). Both points are defined in a Cartesian coordinate system (x, y, z) with the origin at the center of the panel, as shown in Fig. 5.1, and are located on the panel surface $z = 0$.

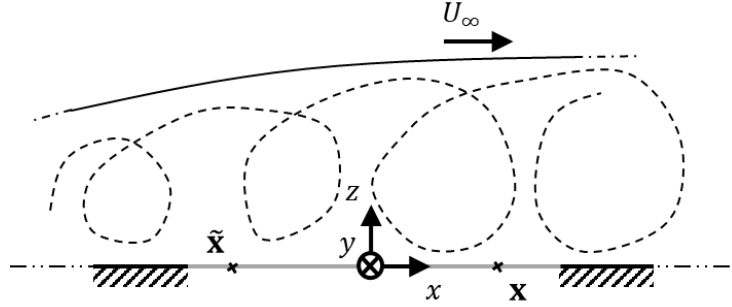


Figure 5.1 Illustration of a baffled panel (gray line) excited by a TBL and coordinate system.

To characterize the vibration response of the panel under this excitation, the one-sided vibration velocity spectrum $v(\mathbf{x}, f)$ at point \mathbf{x} is considered, where f is the frequency and is considered positive. As the excitation is random, this quantity is derived from the normal velocity auto-spectral density (ASD) function $G_{vv}(\mathbf{x}, f)$. An approach for evaluating this quantity based on deterministic transfer functions and making use of the reciprocity principle has been thoroughly presented in [76] and is briefly summarized in Secs. 5.3.1 and 5.3.2.

5.3.1 Mathematical formulation of the vibration response

The one-sided frequency ASD function of the velocity $G_{vv}(\mathbf{x}, f)$ at point \mathbf{x} can be expressed as the following inverse space-wavenumber Fourier transform :

$$G_{vv}(\mathbf{x}, f) = \frac{1}{4\pi^2} \iint_{-\infty}^{\infty} |H_v(\mathbf{x}, \mathbf{k}, f)|^2 G_{p_b p_b}(\mathbf{k}, f) d\mathbf{k}, \quad (5.1)$$

where

$$H_v(\mathbf{x}, \mathbf{k}, f) = \iint_{\Sigma_p} H_{v/F_n}(\mathbf{x}, \tilde{\mathbf{x}}, f) e^{-j\mathbf{k}\tilde{\mathbf{x}}} d\tilde{\mathbf{x}}, \quad (5.2)$$

where $\mathbf{k} = (k_x, k_y)$ is the wavevector defined in the plane (x, y) . The function $G_{p_b p_b}(\mathbf{k}, f)$ corresponds to the CSD function of the WPF on the excitation side (for instance a TBL excitation). The $H_v(\mathbf{x}, \mathbf{k}, f)$ function is called the sensitivity function [69] and characterizes the vibration behavior of the panel. The term $H_{v/F_n}(\mathbf{x}, \tilde{\mathbf{x}}, f)$ corresponds to the transfer function between the panel velocity v at point \mathbf{x} and a normal point force F_n applied at point $\tilde{\mathbf{x}}$. According to Eq. (5.2), the sensitivity function can be interpreted as the vibration response of the panel at point \mathbf{x} due to a plane wave excitation with a wavevector $-\mathbf{k}$ (as illustrated in Fig. 5.2(a)).

Eq. (5.1) shows that the panel has a filtering effect on the excitation in the wavenumber space [22], which somehow limits the integration to a finite wavenumber domain $\Omega_{\mathbf{k}}$ while ensuring a correct estimation of the integral (see Sec. 5.5.1). This filtering effect allows approximating the integral in Eq. (5.1) by performing a sum over an appropriately defined finite set of wavevectors $\mathbf{k} \in \Omega_{\mathbf{k}}$ (using the rectangular integration rule). The one-sided frequency ASD function of the velocity at point \mathbf{x} is thereby estimated with

$$G_{vv}(\mathbf{x}, f) \approx \frac{1}{4\pi^2} \sum_{\mathbf{k} \in \Omega_{\mathbf{k}}} |H_v(\mathbf{x}, \mathbf{k}, f)|^2 G_{p_b p_b}(\mathbf{k}, f) \delta\mathbf{k}, \quad (5.3)$$

where $\delta\mathbf{k}$ represents the wavenumber resolution. To evaluate this quantity, the sensitivity functions H_v for wavenumbers belonging to $\Omega_{\mathbf{k}}$ have to be determined.

5.3.2 Sensitivity functions based on the reciprocity principle

In its most general form, the reciprocity principle states that the response of a system is invariant with respect to the exchange of excitation and observation points [46]. For the particular case of a normal force applied at point $\tilde{\mathbf{x}}$ and normal velocity observed at point \mathbf{x} , the reciprocity relationship can be translated following the previous notations into [86]

$$H_{v/F_n}(\mathbf{x}, \tilde{\mathbf{x}}, f) = H_{v/F_n}(\tilde{\mathbf{x}}, \mathbf{x}, f), \quad (5.4)$$

Introducing Eq. (5.4) in Eq. (5.2) one obtains

$$H_v(\mathbf{x}, \mathbf{k}, f) = \iint_{\Sigma_p} H_{v/F_n}(\tilde{\mathbf{x}}, \mathbf{x}, f) e^{-j\mathbf{k}\tilde{\mathbf{x}}} d\tilde{\mathbf{x}}. \quad (5.5)$$

The right hand side of Eq. (5.5) can be interpreted as the space-wavenumber transform of $H_{v/F_n}(\tilde{\mathbf{x}}, \mathbf{x}, f)$ with respect to the space variable $\tilde{\mathbf{x}}$. The points $\tilde{\mathbf{x}}$ become observation points on the panel surface Σ_p , which means that the space-wavenumber transform is performed over the vibration velocity field of the panel. To sum up, the sensitivity function $H_v(\mathbf{x}, \mathbf{k}, f)$ may be obtained by exciting the panel with a normal effort F_n at point \mathbf{x} and by calculating the space-wavenumber transform of the transfer function between the panel velocity at the observation points and the applied effort (as illustrated in Fig. 5.2(b)).

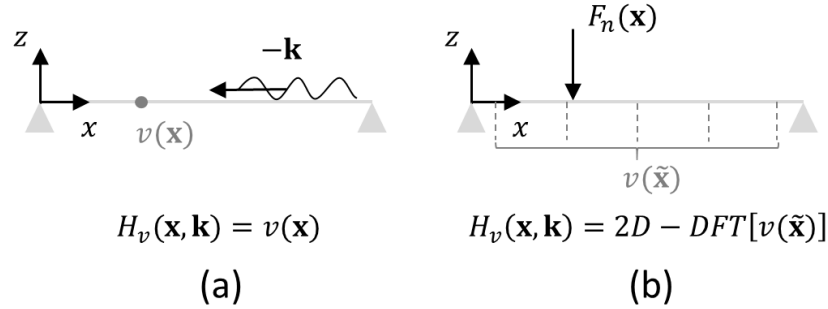


Figure 5.2 Determination of the sensitivity functions H_v : (a) based on the direct interpretation, (b) using the reciprocity principle.

In practice, the vibration field has to be measured on a regular grid of points denoted $\Gamma_{\tilde{\mathbf{x}}}$, using a scanning laser vibrometer for example. The space-wavenumber transform is therefore approximated by a 2D discrete Fourier transform (2D-DFT). In order to avoid aliasing effects, the spatial resolution $\delta\tilde{\mathbf{x}}$ over $\Gamma_{\tilde{\mathbf{x}}}$ should be determined so that the spatial variations of the vibration field can be correctly represented by the grid of points. For a homogeneous isotropic thin panel, $\delta\tilde{\mathbf{x}}$ should be less than or equal to a quarter of the natural flexural wavelength of the panel λ_f at the highest frequency of interest. For a more complex panel, a preliminary study should be carried out to define this parameter (for instance, by using a numerical model of the panel or by using a trial and error procedure).

5.3.3 Description of the proposed methodology

A methodology for experimentally estimating the vibration response of a panel excited by a TBL is derived from Eq. (5.3) and the sensitivity functions determined using the previously described reciprocity principle. The methodology for evaluating the velocity ASD function G_{vv} at a given point \mathbf{x} of the panel ($z = 0$) can be summarized as follows :

- Excite the panel with a normal mechanical force at point \mathbf{x} and measure the normal velocity response of the panel at points $\tilde{\mathbf{x}} \in \Gamma_{\tilde{\mathbf{x}}}$ to determine $H_{v/F_n}(\tilde{\mathbf{x}}, \mathbf{x}, f)$,

- Perform a 2D-DFT of the panel velocity response $H_{v/F_n}(\tilde{\mathbf{x}}, \mathbf{x}, f)$ (with respect to $\tilde{\mathbf{x}}$) to obtain the sensitivity functions $H_v(\mathbf{x}, \mathbf{k}, f)$ at point \mathbf{x} for $\mathbf{k} \in \Omega_{\mathbf{k}}$,
- Use Eq. (5.3) and an estimation of the CSD functions of the wall-pressure fluctuations $G_{p_b p_b}(\mathbf{k}, f)$ to estimate the velocity ASD function G_{vv} at point \mathbf{x} under the considered TBL excitation.

5.4 Characterization of the excitation

In addition to the knowledge of the vibration behavior of the panel through the sensitivity functions, solving Eq. (5.3) requires that CSD functions of the blocked wall-pressure of the excitation are known. Over the past few years, numerous studies have shown that the coherent power of the wall-pressure fluctuations induced by a TBL decays exponentially with the increasing separation distances along flow and transverse directions [90]. It has also been shown that the phase of the cross-spectrum is directly related to the convection wavenumber $k_c = \omega/U_c$, where ω is the angular frequency and U_c is the convection speed (usually defined as a constant fraction of the free flow velocity U_∞). These dependencies are included in most of the semi-empirical models [26, 89] aiming at predicting the CSD functions of the wall-pressure fluctuations.

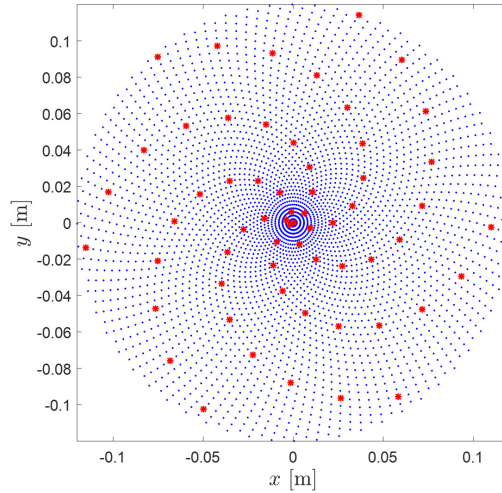
In order to validate the proposed methodology in comparison to actual measurements of the panel response in an anechoic wind tunnel, the wall-pressure fluctuations induced by a subsonic turbulent flow generated in a low-speed anechoic wind tunnel have been measured on the considered frequency range in this study ([170, 2000 Hz], see Sec. 5.5). These measurements will then be used to fit the model of Mellen in Sec. 5.4.2.

5.4.1 Spiral-shaped surface microphone array

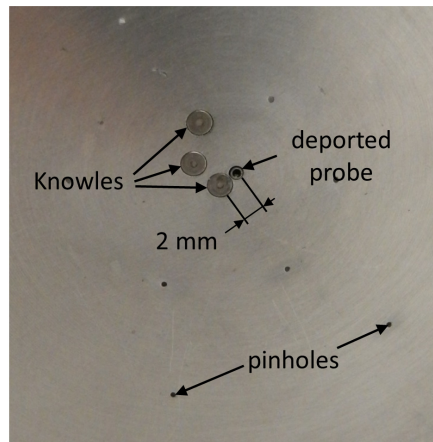
The wall-pressure fluctuations have been measured at two flow velocities : $U_\infty = 20 \text{ m.s}^{-1}$ and $U_\infty = 40 \text{ m.s}^{-1}$ using the spiral-shaped rotating microphone array introduced by Robin *et al.* [100].

The array is composed of 61 microphones of three different types in order to reach the desired microphone density and to tackle congestion issues at the center of the array. A deported B&K 4182 probe and three flush-mounted Knowles FG-23629-P16 microphones are used at the center of the array (as shown in Fig. 5.3(b)). The remaining part of the array consists of 57 quarter inch pinhole-mounted B&K 4957 microphones (for further details refer to [100]).

The pattern over which the 61 microphones are positioned (red markers in Fig. 5.3(a)) has been designed so that each microphone has a different radial position with a radial separation of 2 mm. Measurements following 180 consecutive rotations allow reaching an angular resolution of 2° and thereby reconstructing a high density microphone array at a post-processing step (as illustrated in Fig. 5.3(a)). Under the assumption of a stationary and homogeneous turbulent WPF, the translation or rotation of an array with at least one reference sensor has proven to be a solution to obtain the needed compromise between a small sensor diameter (to avoid spatial averaging) and small sensor spacing (to gain high spatial resolution) [100] [3]. Since the central microphone position is the only invariant one, it is used as a reference in the calculations of wall-pressure CSD functions.



(a)



(b)

Figure 5.3 (Color online) (a) Microphone positions (red markers) and illustration of a reconstructed grid (blue dots). (b) Close-up view of the mounted sensors and pinholes on measurement side.

An amplitude calibration of the microphone array was performed by placing a Larson Davis CAL200 calibrator over each microphone separately and by exciting it with a sine wave of 94 dB SPL at 1000 Hz. Since the B&K 4182 probe is deported from the microphone array surface by approximately 4 cm, an additional phase calibration was necessary. To do so, the calibrator was positioned over the three microphones at the center of the array (the B&K 4182 probe and the two closest Knowles microphones). A simultaneously triggered acoustic pressure signal at 1000 Hz was extracted for each microphone. The time offset between the signal measured by the deported probe and the signal measured by the two adjacent Knowles microphones (both signals were identical) was compensated in all resulting measurements. Once the signals are expressed in the frequency domain, as a time offset has been applied, the phase calibration was effective regardless of the frequency.

5.4.2 Measurement of the wall-pressure fluctuations and adjusted model of Mellen

The considered TBL-like excitation is reproduced in a low-speed anechoic wind tunnel. The installation consists in a closed-loop wind tunnel powered by two rotating fans. The air flow is directed to the anechoic chamber through a vent pipe containing a screen to homogenize the flow. A convergent is mounted at the end of the vent pipe inside the anechoic chamber which allows reaching higher flow velocities (up to $\text{Mach} \leq 0.12$). An 8×4 feet plywood panel of $3/4$ inch thickness was mounted in the anechoic wind tunnel at the end of the convergent and to help the TBL develop, a sandpaper strip was glued at the end of the convergent (as shown in Fig. 5.4). The spiral-shaped array was flush-mounted 1.8 m away from the convergent and 30 seconds acquisitions were performed with a sampling frequency of 8192 Hz. Time signals of the wall-pressure fluctuations were extracted for all microphones and all 180 rotations.

The reconstructed microphone measurement grid theoretically allows reaching a maximum wavenumber of 1570 m^{-1} , which is sufficient to capture the convective contributions over the whole frequency range and for both considered flow velocities (at 2000 Hz and for $U_\infty = 20 \text{ m.s}^{-1}$, the convective wavenumber k_c equals 838 m^{-1} with $U_c = 0.75 \times U_\infty$).

The spatial CSD functions of the wall-pressure fluctuations $G_{p_b p_b}(\xi_x, \xi_y, f)$ were estimated as a function of the spatial separations (ξ_x, ξ_y) in both x and y directions using the “cpsd” MATLAB command with a fixed reference point at the center of the array ($x = 0, y = 0$). For the remainder of this paper, the “cpsd” MATLAB command was defined with a Hanning window applied to time signals and with a 50% overlap. Two approaches were investi-

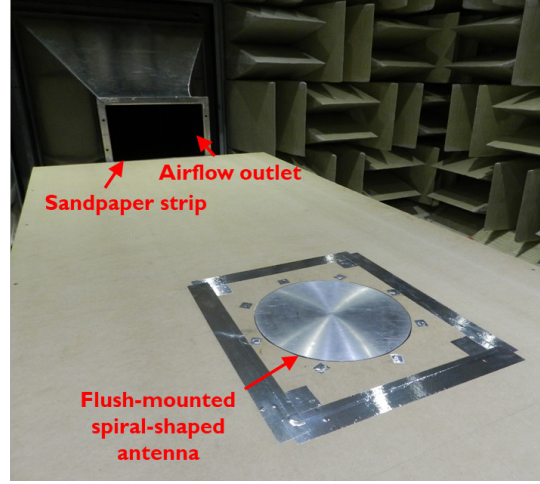


Figure 5.4 (Color online) Measurement of the wall-pressure fluctuations using the spiral-shaped surface microphone array flush-mounted in the wind tunnel.

gated to post-process the spatial CSD functions. The first consists in performing a 2D-DFT on $G_{p_b p_b}(\xi_x, \xi_y, f)$ in order to directly estimate the blocked wall-pressure CSD functions in the wavenumber domain [3]. However, the finite dimensions of the microphone array result in unrealistic predictions in the low-wavenumber domain. As the low-wavenumber domain mainly dictates the response of the panel to a TBL excitation (see Sec. 5.5.1), it has to be accurately estimated. Deconvolution methods can be used to compensate for this windowing effect, but they require significant and prohibitive computation time [43].

With this in mind and for computation time to be reasonable, the measurements were fitted to the model of Mellen [88] in the spatial domain

$$G_{p_b p_b}(\xi_x, \xi_y, f) = G_{p_b p_b}(f) e^{-\sqrt{(\alpha_x k_c \xi_x)^2 + (\alpha_y k_c \xi_y)^2}} e^{j k_c \xi_x}, \quad (5.6)$$

where $G_{p_b p_b}(f)$ is the measured blocked wall-pressure ASD function, (α_x, α_y) are the exponential decay rates along x and y directions and k_c is the convective wavenumber. Performing a space-wavenumber transform of Eq. (5.6) yields an expression of blocked wall-pressure CSD functions in the wavenumber domain [88]

$$G_{p_b p_b}(\mathbf{k}, f) = G_{p_b p_b}(f) \frac{2\pi (\alpha_x \alpha_y k_c^2)^2}{[(\alpha_x \alpha_y k_c^2)^2 + (\alpha_x k_c k_y)^2 + (\alpha_y k_c)^2 (k_c - k_x)^2]^{3/2}}. \quad (5.7)$$

The model of Mellen has been chosen because, like the Corcos model, it can easily be adjusted by estimating α_x , α_y and k_c which is directly related to the convection speed U_c . Also, the convective peak in the model of Mellen expressed in the wavenumber domain

has an oval shape which is in better accordance with the measurements, as opposed to the model of Corcos which has a diamond-like shape [89].

In order to estimate the decay rates (α_x, α_y) and convective wavenumber k_c , the considered model has been fitted to measurements by solving Eq. (5.6) following the least squares method using the “lsqcurvefit” MATLAB command. First the decay rates have been estimated by solving Eq. (5.6) while considering the modulus of all the terms in this equation. In a second step, Eq. (5.6) has been solved by implementing the previously determined decay rates and while considering all terms as complex values to extract U_c . The extracted parameters are presented in Fig. 5.5 for the two considered flow velocities.

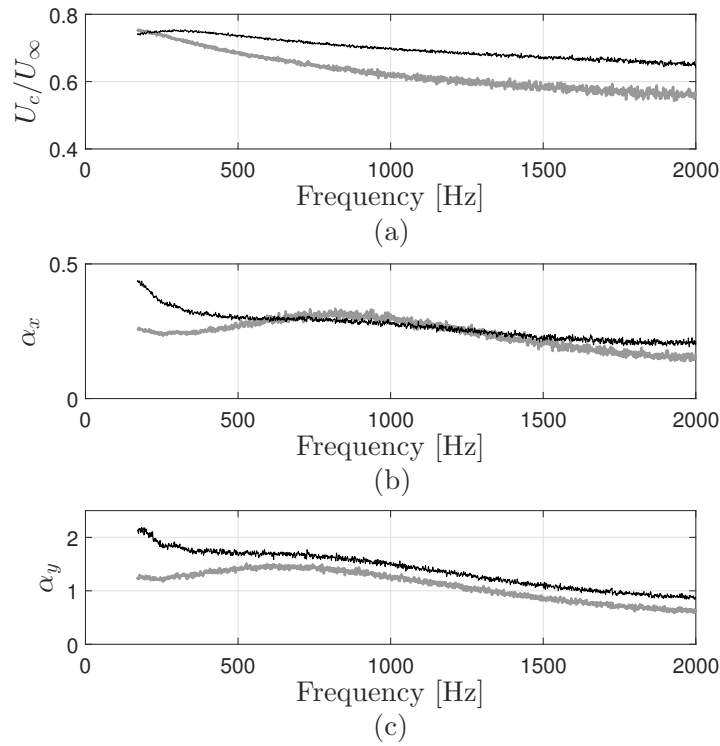


Figure 5.5 TBL parameters extracted from measurements at $U_\infty = 20 \text{ m.s}^{-1}$ (bold gray line) and at $U_\infty = 40 \text{ m.s}^{-1}$ (light black line) based on the model of Mellen. (a) Convection speed normalized by the flow velocity. (b) Streamwise exponential decay rate α_x . (c) Spanwise exponential decay rate α_y .

The convection speed normalized by the flow velocity is presented in Fig. 5.5(a). As already observed in the literature [3, 106, 114], the convection speed normalized by the flow velocity decreases with the increasing frequency and has values in the range $[0.55 - 0.75]$.

The exponential decay rates estimated along x and y directions are shown in Figs. 5.5(b) and 5.5(c) respectively. For the two considered flow velocities, the values of decay rates are generally larger than those commonly found in the literature for both Corcos and Mellen

models (*i.e.* $\alpha_x = 0.116$ and $\alpha_y = 0.7$ [114]). Like for the convection speed, these estimated decay rates are implemented in the model of Mellen as functions of the frequency.

Finally, the real and imaginary parts of the spatial CSD functions of the blocked wall-pressure obtained by fitting the model of Mellen are compared to those derived from measurements with the microphone array in Figs. 5.6 and 5.7 for flow velocities of $U_\infty = 20 \text{ m.s}^{-1}$ and $U_\infty = 40 \text{ m.s}^{-1}$, respectively and at a frequency of 500 Hz.

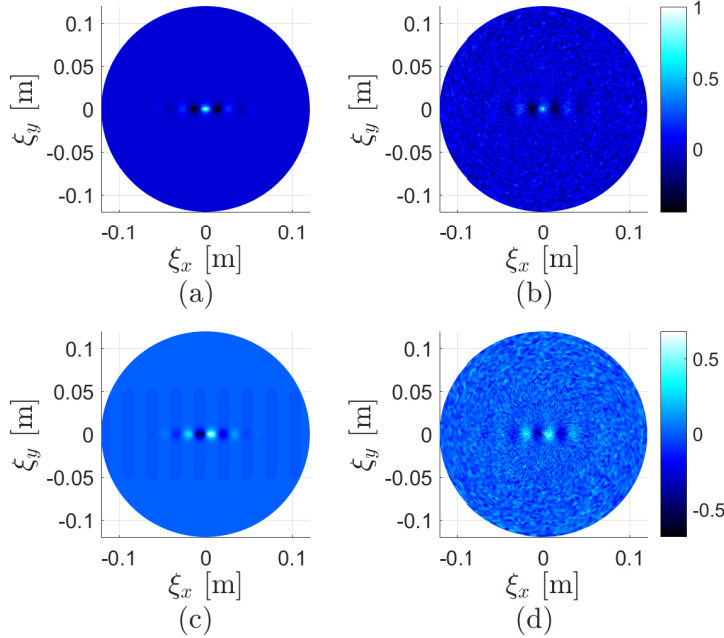


Figure 5.6 (Color online) Spatial CSD function of the blocked wall-pressure normalized by the auto-spectrum at the center of the array $G_{p_b p_b}(\xi_x, \xi_y, f) / G_{p_b p_b}(f)$ at 500 Hz and at a flow velocity $U_\infty = 20 \text{ m.s}^{-1}$. (a) Mellen model, real part. (b) Direct measurement, real part. (c) Mellen model, imaginary part. (d) Direct measurement, imaginary part.

Numerically, it has been observed that to correctly estimate the CSD functions of the WPF beneath a TBL, a large number of realizations has to be considered [85]. From an experimental point of view, this can be directly related to the time of acquisition required to average the random process. Since the time required to measure the TBL fluctuations at successive rotated positions of the antenna was already significant (30 seconds per each consecutive 180 rotations), no attempt was made to increase the acquisition time. However, using a fitted model tends to eliminate measurement noise while ensuring a satisfactory estimation of the wall-pressure fluctuations.

The adjusted model of Mellen is in good agreement with the measurement at both considered flow velocities, which suggests that the proposed method to fit measurements to

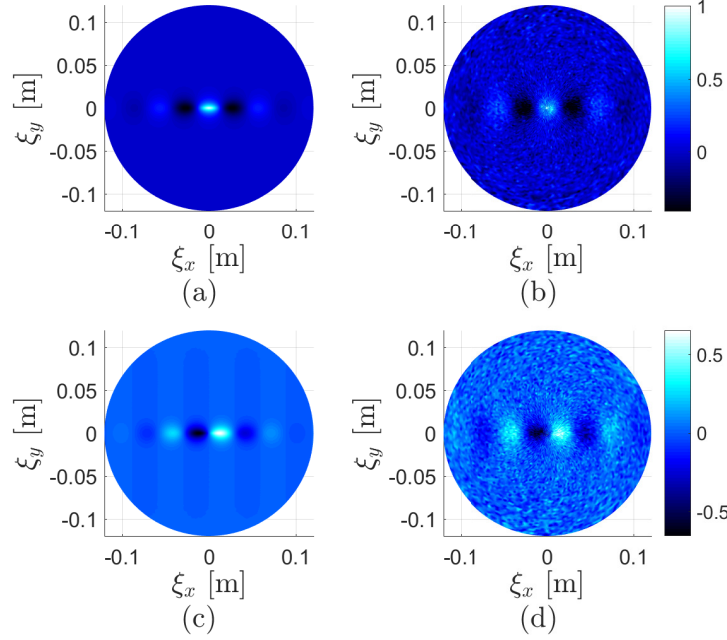


Figure 5.7 (Color online) Spatial CSD function of the blocked wall-pressure normalized by the auto-spectrum at the center of the array $G_{p_b p_b}(\xi_x, \xi_y, f) / G_{p_b p_b}(f)$ at 500 Hz and at a flow velocity $U_\infty = 40 \text{ m.s}^{-1}$. (a) Mellen model, real part. (b) Direct measurement, real part. (c) Mellen model, imaginary part. (d) Direct measurement, imaginary part.

a model is accurate. It also shows that the extracted parameters can be implemented in the model of Mellen expressed in the wavenumber domain (see Eq. (5.7)) to apply the proposed methodology for predicting the vibration response of the plate. However, the model of Mellen also needs to define the wall-pressure ASD function $G_{p_b p_b}(f)$ which is the object of the next paragraph.

Under the assumption of a spatially homogeneous TBL, the auto-spectrum of the wall-pressure should be invariant with the observation point. In reality, our measurement results indicate that the auto-spectrum varies (essentially in the streamwise direction). In the proposed approach the wall-pressure auto-spectrum should be estimated at the point of interest \mathbf{x} where the plate response is to be obtained. This information could not be retrieved from this experiment because response point \mathbf{x} considered in Sec. 5.5 was slightly outside and downstream the area covered by the microphone array. The auto-spectra at each microphones have been estimated using the “cpsd” MATLAB command and their mean value was finally considered for $G_{p_b p_b}(f)$ in Eq. (5.3) in the remainder of this work. It is therefore assumed that the spatially averaged ASD function of the blocked wall-pressure $\langle G_{p_b p_b}(f) \rangle$ provides an acceptable estimation of the auto-spectrum at all points sufficiently close to the spiral-shaped array. The spatially averaged ASD function of the

blocked wall-pressure is presented in Fig. 5.8 at both considered flow velocities. The trends of the two curves are quite identical. The increase of flow speed results in a nearly constant shift of the auto-spectrum level. The results presented in Figs. 5.5 and 5.8 fully describe the parameters used in the model of Mellen which will be considered in Sec. 5.5.3.

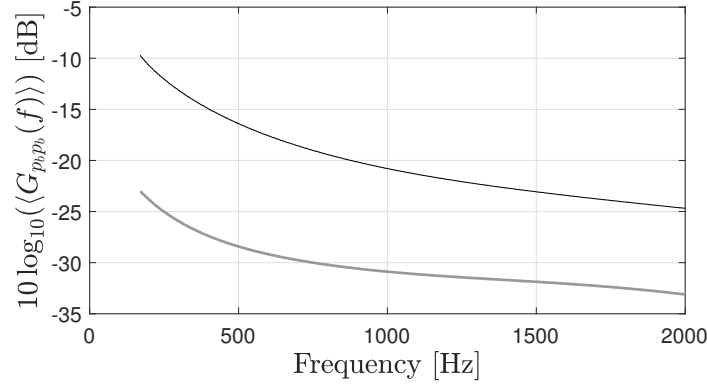


Figure 5.8 Spatially averaged ASD function of the blocked wall-pressure $\langle G_{p_b p_b}(f) \rangle$ (dB, ref. $4 \times 10^{-10} \text{ Pa}^2 \cdot \text{Hz}^{-1}$) at a flow velocity $U_\infty = 20 \text{ m.s}^{-1}$ (bold gray line) and $U_\infty = 40 \text{ m.s}^{-1}$ (light black line).

5.5 Validation of the proposed methodology

5.5.1 Test case description

For experimental validation purposes an academic test case was considered, which consists in a baffled rectangular thin aluminum plate with simply supported boundary conditions on all edges. This baffled plate is submitted to a subsonic TBL air flow on one side. The plate's geometrical and mechanical properties are detailed in Table 5.1. The modal structural loss factors η_{mn} have been experimentally estimated using the -3 dB bandwidth method on the first few resonances of the plate and are taken into account in the numerical simulations. Simply-supported boundary conditions have been chosen because they lead to a simple analytical solution of the plate sensitivity functions. The experimental fabrication method proposed by Robin et al. [99] has been used to setup a panel with representative simply supported boundary conditions.

In this work, the methodology described in Sec. 5.3.3 was implemented at a given, arbitrary position \mathbf{x} of coordinates $(x = 0.18 \text{ m}, y = 0.09 \text{ m}, z = 0 \text{ m})$ on the plate. Therefore, the quantities of interest are the sensitivity functions H_v at point \mathbf{x} and the ASD function of the vibration velocity $G_{vv}(\mathbf{x}, f)$ at point \mathbf{x} when the plate is excited by the TBL.

Tableau 5.1 Properties of the simply supported aluminum plate.

Parameter (Symbol), Unit	Value
Young's modulus (E), GPa	68.9
Poisson's ratio (ν)	0.3
Mass density (ρ), kg/m ³	2740
Length (L_x), mm	480
Width (L_y), mm	420
Thickness (h), mm	3.17

Like in the previous section, two flow velocities are considered : $U_\infty = 20 \text{ m.s}^{-1}$ and $U_\infty = 40 \text{ m.s}^{-1}$. The considered frequency range is [170, 2000 Hz]. This frequency range is well above the aerodynamic coincidence frequency f_c defined as the frequency at which the flexural wavenumber k_f equals the convective wavenumber k_c . These two wavenumbers are defined by :

$$k_f = \sqrt{\omega} \sqrt[4]{\frac{\rho h}{D}} \quad (5.8)$$

where $D = \frac{Eh^3}{12(1-\nu^2)}$ is the flexural rigidity and,

$$k_c = \frac{\omega}{U_c}, \quad (5.9)$$

where U_c is the convection speed which has been extracted from measurements of the wall-pressure fluctuations in Sec. 5.4.2. The aerodynamic coincidence frequency can thus be expressed as follows

$$f_c = \frac{U_c^2}{2\pi} \sqrt{\frac{\rho h}{D}}. \quad (5.10)$$

In the considered case, $f_c = 7.5 \text{ Hz}$ at $U_\infty = 20 \text{ m.s}^{-1}$ and $f_c = 30 \text{ Hz}$ at $U_\infty = 40 \text{ m.s}^{-1}$. is clear from Eq. (5.1) that the plate filters out the excitation and this filtering effect gets effective above f_c , in which case $k_c > k_f$. To illustrate this effect, the theoretical squared absolute value of the sensitivity functions have been plotted in Fig. 5.9(a) at point \mathbf{x} , as a function of k_x ($k_y = 0$) and as a function of the frequency (see [76] for details on the numerical model). The strongly decreasing magnitude of $|H_v(\mathbf{x}, k_x, f)|^2$ above the flexural wavenumber can be noticed. Similarly, the CSD function of the wall-pressure fluctuations according to the fitted model of Mellen is plotted in Fig. 5.9(b) while considering the previously obtained decay rates and convection speed at a flow velocity of $U_\infty = 40 \text{ m.s}^{-1}$. Strong contributions around the convective wavenumber k_c can be noticed. Fig. 5.9(c) shows the product of the squared absolute value of the sensitivity functions

and the wall-pressure CSD functions (which is directly involved in the ASD function of the plate velocity), normalized by the maximum value at each frequency. Components are considered filtered out in the (k_x, k_y) space when their magnitude is smaller than the maximum value at the corresponding frequency minus 10 dB. In this particular case, the convective wavenumber components centered on k_c are entirely filtered out on the whole considered frequency range and the vibration response of the plate to the experimental TBL is mainly driven by the region inside and close to the circle of radius k_f , the flexural wavenumber. It should be noted that in this work the excitation is a low-speed subsonic TBL. The higher the flow velocity, the lower the slope of the curve $k_c(f)$ and therefore, the less the plate filtering effect is effective.

In order to fully characterize the filtering effect of the plate, this study has been performed in both x and y directions and for both considered flow velocities. It allowed retrieving the maximum wavenumbers that need to be considered in Eq. (5.3) while ensuring a correct estimation of the response of the plate to the experimental TBL. Based on this numerical study and for the considered test case, the wavenumber domain $\Omega_{\mathbf{k}}$ over which Eq. (5.3) is calculated is limited to wavenumbers $|k_x| \leq 55 \text{ m}^{-1}$ and $|k_y| \leq 55 \text{ m}^{-1}$. These limits are slightly above the flexural wavenumber at 2000 Hz ($k_f \approx 51 \text{ m}^{-1}$) which can be explained by the fact that significant contributions remain slightly above the flexural wavenumber (see Fig. 5.9(c)).

This study on the filtering effect of the plate shows that with an *a priori* knowledge on the panel, the limits of the wavenumber domain involved in Eqs. (5.1) and (5.3) can be minimized while ensuring a correct estimation of the response of the plate to a TBL excitation. From a practical point of view, it allows optimizing the grid of points over which the vibration response of the structure to a normal effort is to be estimated in order to determine the sensitivity functions. For a more complex panel with unknown properties, it might be necessary to extend the wavenumber domain as much as possible (define a refined mesh to determine the sensitivity functions) to minimize errors linked to truncation effects in the wavenumber domain.

To apply the methodology described in Sec. 5.3.3, the panel velocity field has to be measured on a grid of points $\Gamma_{\tilde{\mathbf{x}}}$. A uniform mesh of 37×27 points was considered in directions x and y respectively and a gap of 1 cm along the edges was left for practical reasons. This leads to spatial separations of $\delta_x \simeq 1.3 \text{ cm}$ and $\delta_y \simeq 1.6 \text{ cm}$. These separations are well above the criterion of 4 points per flexural wavelength for all frequencies of interest. The density of points has voluntarily been set to reach wavenumbers higher than the flexural wavenumber in order to experimentally validate the filtering effect of the plate.

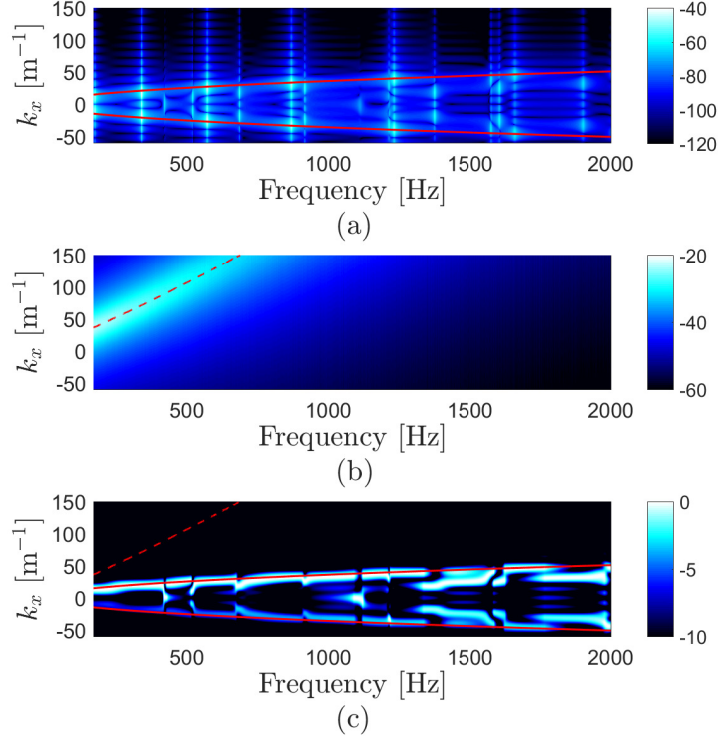


Figure 5.9 (Color online) Illustration of the filtering effect of the plate. (a) Theoretical squared absolute value of the sensitivity functions $|H_v(\mathbf{x}, k_x, 0, f)|^2$ (dB, ref. $1 \text{ m.s}^{-1}.\text{Hz}^{-1}$). (b) Model of Mellen $G_{p_b p_b}(k_x, 0, f)$, $U_\infty = 40 \text{ m.s}^{-1}$ (dB, ref. $1 \text{ Pa}^2.\text{Hz}^{-1}$). (c) Product $|H_v(\mathbf{x}, k_x, 0, f)|^2 \times G_{p_b p_b}(k_x, 0, f)$ (dB, ref. $1 \text{ Pa}^2 \text{m}^2.\text{s}^{-2}.\text{Hz}^{-1}$) normalized by the maximum value at each frequency. Continuous line : flexural wavenumber k_f according to Eq. (5.8). Dashed line : convective wavenumber k_c according to Eq. (5.9).

Based on this grid of points, the highest wavenumbers k_x^{max} and k_y^{max} that can be resolved in directions x and y , respectively, are given by

$$k_x^{max} = \frac{\pi}{\delta_x} \simeq 246 \text{ m}^{-1} ; k_y^{max} = \frac{\pi}{\delta_y} \simeq 204 \text{ m}^{-1}. \quad (5.11)$$

The chosen discretization prevents significant spatial aliasing and thereby ensures a correct estimation of the sensitivity functions on $\Omega_{\mathbf{k}}$. The wavenumber resolutions δk_x and δk_y in directions x and y respectively, are given by

$$\delta k_x = \frac{2\pi}{L_x} \simeq 13 \text{ m}^{-1} ; \delta k_y = \frac{2\pi}{L_y} \simeq 15 \text{ m}^{-1}. \quad (5.12)$$

These wavenumber resolutions are relatively large because of the small dimensions of the panel. In order to improve the wavenumber resolution, zero-padding was used to obtain a wavenumber resolution of 1 m^{-1} along k_x and k_y .

5.5.2 Experimental sensitivity functions

The accuracy of the reciprocity approach for evaluating the panel sensitivity functions has been assessed in [76] for wavenumbers restricted to the acoustic wavenumber circle (of radius defined by $k_0 = \omega/c_0$, with c_0 the speed of sound). In this work, the sensitivity functions have to be determined on a larger wavenumber domain (inside and close to the flexural wavenumber circle of radius k_f).

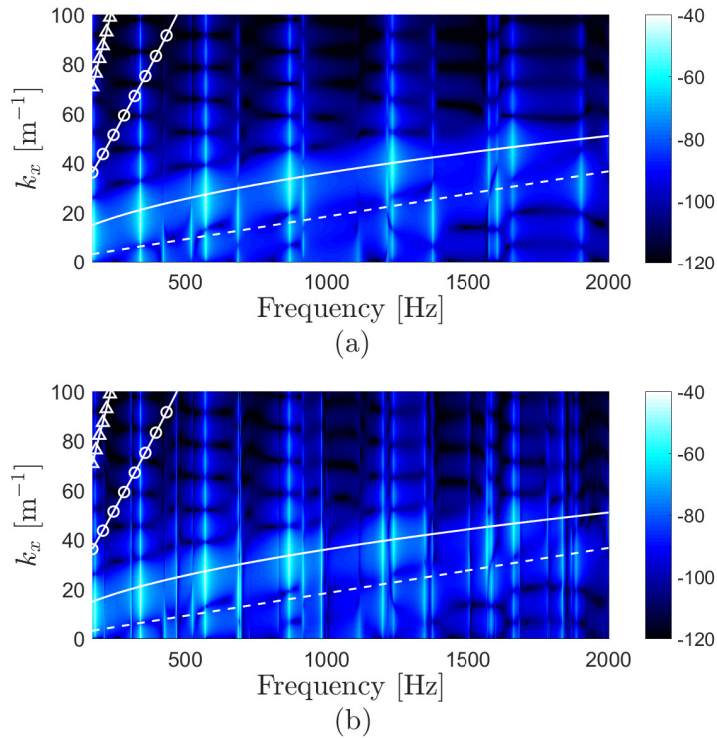


Figure 5.10 (Color online) Squared absolute value of the sensitivity functions $|H_v(\mathbf{x}, \mathbf{k}, f)|^2$ (dB, ref. $1 \text{ m}^2 \cdot \text{s}^{-2} \cdot \text{Hz}^{-1}$) along $k_x \geq 0$ for $k_y = 0$: (a) numerical result, (b) experimental result. The superimposed lines represent : k_f according to Eq. (5.8) (continuous line) ; k_0 (dashed line) ; k_c according to Eq. (5.9) for $U_\infty = 20 \text{ m.s}^{-1}$ (line with triangle markers) ; k_c according to Eq. (5.9) for $U_\infty = 40 \text{ m.s}^{-1}$ (line with circle markers).

The sensitivity functions of the panel have been estimated from measurements based on the methodology described in Sec. 5.3.3. A normal effort was applied at point \mathbf{x} using a TMS SmartShaker K2007E01 with integrated amplifier, which was fed with a swept sine

over the considered frequency range and the force was measured using an impedance head PCB288D01. An adapter was used between the impedance head and the plate reducing the area of mechanical coupling to approximately a 5 mm diameter circle. The vibratory response of the panel was measured on the grid of 37×27 points with a single point scanning laser vibrometer (PSV-300 Polytec) and a time Fourier transform was directly performed in the post-processing software with ten linear averages. A frequency resolution of 0.625 Hz was chosen and fixed for the remainder of this paper. The numerically obtained sensitivity functions in Fig. 5.10(a) (see [76] for details on the numerical model) are compared to the experimental sensitivity functions in Fig. 5.10(b). In both cases, the sensitivity functions are presented along $k_x \geq 0$ and for $k_y = 0$ as a function of the frequency. The panel vibration modes are noticeable below or close to the dispersion curve of the flexural motion, Eq. (5.8). Since the plate is considered isotropic, its vibration behavior is similar in both direction which explains why results are only presented in the flow-direction, where the excitation has its most energetic components. A representation along k_y would have shown similar results with differences linked to the dimensions of the plate resulting in different modal wavenumbers in direction y . Results presented in Fig. 5.10 show that the experimentally obtained sensitivity functions are in good agreement with numerical simulations on the whole frequency range. Slight differences between experimental and numerical results can be observed mainly for the upper part of the frequency range. They can be attributed to the boundary conditions of the actual plate, which are close to simply supported boundary conditions but not absolutely perfect.

5.5.3 Application of the proposed methodology and comparison with direct measurements in the wind tunnel

The vibration response of the plate estimated from the proposed approach (Eq. (5.3)) is finally compared to direct measurements in the wind tunnel. Measurements in the wind tunnel were performed with a plate identical to the one used for sensitivity functions measurement (Sec. 5.5.2) and described in Table 5.1 (similar dimensions, material and boundary conditions). The plate was flush-mounted at the location of the previously mounted spiral-shaped array (as shown in Fig. 5.11). Aside from replacing the spiral-shaped array with the plate, the experimental conditions remained unchanged in order to keep the turbulent flow excitation identical to the one characterized in Sec. 5.4.

On the one hand, the vibration velocity of the plate was measured at point \mathbf{x} using a PCB 353B18 accelerometer, the acceleration signal over time was extracted from the post-processing software with a sampling frequency of 8192 Hz and the vibration velocity ASD

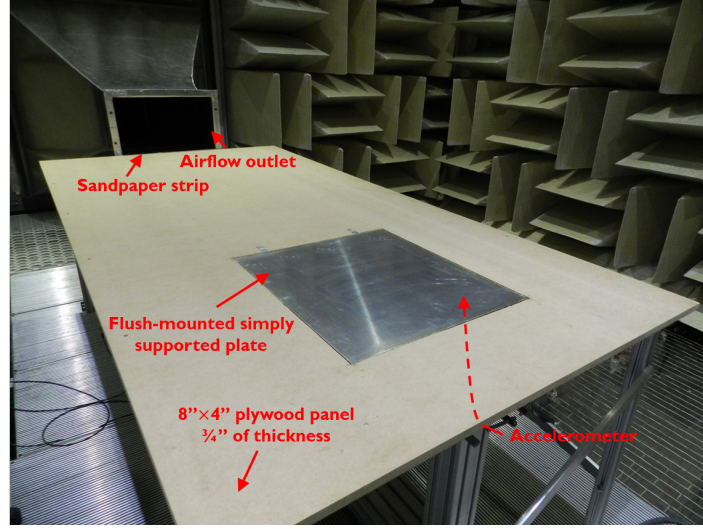


Figure 5.11 (Color online) Experimental setup used to measure the vibration response of the plate to the TBL excitation generated in the wind tunnel.

function G_{vv} was estimated using the “cpsd” MATLAB command. On the other hand, the vibration velocity ASD function was estimated by applying the proposed methodology using Eq. (5.3), the measured sensitivity functions $H_v(\mathbf{x}, \mathbf{k}, f)$ and the fitted Mellen model of the WPF CSD function $G_{p_b p_b}(\mathbf{k}, f)$.

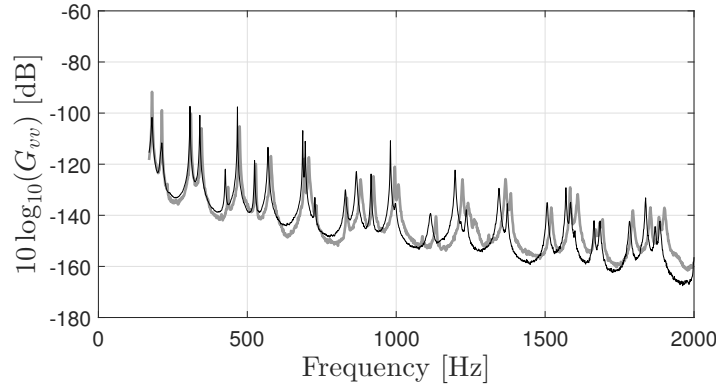


Figure 5.12 Velocity ASD functions G_{vv} (dB, ref. $1 \text{ m}^2 \cdot \text{s}^{-2} \cdot \text{Hz}^{-1}$) at flow velocity $U_\infty = 20 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$: proposed approach (bold gray line) vs. wind tunnel measurements (light black line).

The plate velocity ASD function measured in the anechoic wind tunnel room at point \mathbf{x} is compared to the result obtained with the proposed method in Figs. 5.12 and 5.13 for flow velocities of $20 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ and $40 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$, respectively. For both considered flow velocities, slight shifts of the resonance peaks in the high frequency range are noticed. They can be explained by the fact that an adapter was used between the impedance head and the plate for the measurement of the sensitivity functions, adding a mass to the system. It

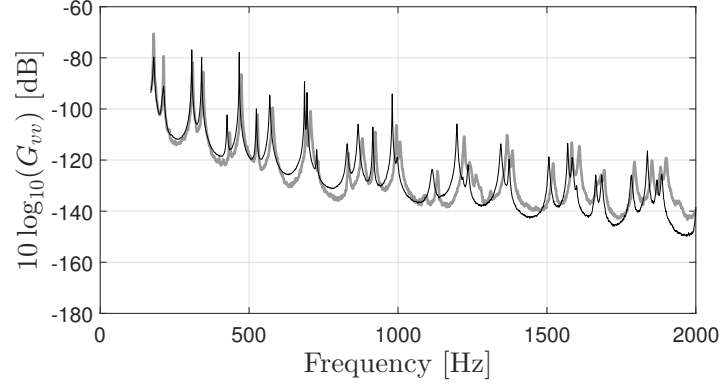


Figure 5.13 Velocity ASD functions G_{vv} (dB, ref. $1 \text{ m}^2 \cdot \text{s}^{-2} \cdot \text{Hz}^{-1}$) at flow velocity $U_\infty = 40 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$: proposed approach (bold gray line) vs. wind tunnel measurements (light black line).

can also be explained by the fact that the sensitivity functions were not measured on the same plate as the plate installed in the wind tunnel to directly measure the response. Despite all efforts made to have two identical panels, slight differences in dimensions, material properties and boundary conditions were unavoidable. The structural damping is implicitly taken into account through the measurement of the sensitivity functions in the proposed approach and through the direct measurement of the vibration response in the wind tunnel. The differences in peak values, as well as off resonance values, can again be linked to the fact that the two plates possibly had slight differences in structural damping values. However it can also be attributed to the fact that the auto-spectrum of the blocked wall-pressure has not been estimated directly at point \mathbf{x} but by averaging the auto-spectra over the area covered by the spiral-shaped array. This leads to slight errors in terms of overall trend and thereby also contributes to the under-estimation by the proposed method, particularly at high frequencies. Overall, the predicted and measured data are in good agreement, which shows that for the considered test case, the velocity response of the plate can be fairly well estimated experimentally by applying the proposed methodology.

5.6 Conclusion

In this paper, an alternative methodology for characterizing the vibration response of panels to a turbulent boundary layer excitation was proposed. This approach is based on the concept that the panel response at a point \mathbf{x} on the panel to a random pressure field depends on two quantities in the wavenumber domain. First, the wall-pressure cross-spectral density function, which characterizes the excitation. Second, so-called ‘sensitivity

functions' determined at point \mathbf{x} and which characterize the dynamic behavior of the panel. Those sensitivity functions can be determined using the reciprocity principle, which states that they are equivalent to the panel velocity frequency response function when the panel is excited by a normal force at the point of interest \mathbf{x} , expressed in the wavenumber domain. The sensitivity functions can be estimated easily by experiments based on this reciprocal interpretation. The method has been validated experimentally for a simply supported aluminum plate. The confrontation to direct measurements in an anechoic wind tunnel has shown that a fairly good estimate of the vibration response can be obtained by applying the proposed methodology. This indicates that the excitation, as well as the panel behavior, have been correctly characterized.

The main limitations of the proposed approach rely on the assumptions of the mathematical formulation of the problem : the system should be linear (*i.e.*, elastic material, small deformations) and time invariant. It is also assumed that the wall-pressure field exciting the panel corresponds to that of the turbulent flow in rigid conditions. Models provided in the literature can be used but should be adjusted to actual measurements in order to correctly represent the considered excitation (it is however not mandatory to apply the method).

From a practical point of view, the acquisition time for the reciprocal approach is significantly longer than for a direct measurement in the wind tunnel because a scanning laser vibrometer was used. However, it could be well reduced with the recently developed full-field vibration measuring techniques (such as digital image correlation or deflectometry [57]). Once the excitation is characterized, the overall cost for a measurement in a given facility as well as variability between measurements in different ones can be greatly reduced using the proposed approach.

The strongest asset of the proposed methodology is that it allows performing an *ex situ* characterization of a panel under turbulent boundary layer excitation. The characterization of the excitation and/or the panel can be experimental, but might as well come from numerical models. This approach is therefore well suited for parametric studies. Once the excitation is defined, the response of panels with various mechanical properties under the considered excitation can easily be deduced.

CHAPITRE 6

Méthode par réciprocité : caractérisation de panneaux aux propriétés inconnues sous écoulement

6.1 Introduction

Dans le chapitre 5, la méthode permettant de prédire la réponse vibratoire d'un panneau sous une excitation de type couche limite turbulente (CLT) à partir du principe de réciprocité a été décrite et validée en considérant un cas test bien défini (plaque plane simplement supportée sur tous ses bords et aux propriétés mécaniques connues). L'objectif de ce chapitre est de valider cette même méthode pour un panneau « complexe » plus représentatif des applications industrielles. Pour ce faire, deux panneaux de type habillage aéronautique, dont les propriétés mécaniques sont volontairement inconnues, ont été étudiés. La validation de la méthode s'est donc basée sur la comparaison entre une mesure directe de la vibration des panneaux sous écoulement et la réponse prédite en appliquant la méthode basée sur le principe de réciprocité.

6.2 Méthode proposée pour prédire la réponse vibratoire d'un panneau sous écoulement

Dans cette section, les notions importantes sur la méthode proposée sont brièvement rappelées (pour plus de détails, se référer au chapitre 5).

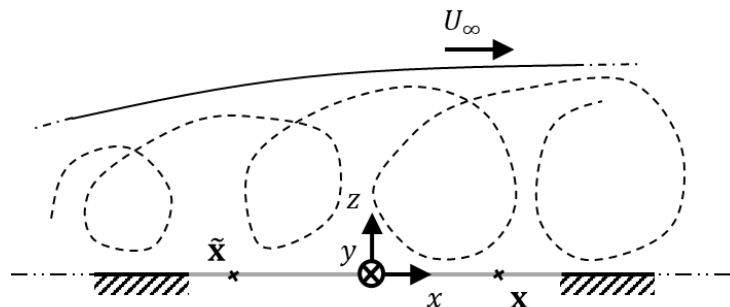


Figure 6.1 Illustration du panneau bafflé (ligne grise) excité par une CLT, et système de coordonnées [76].

On considère un panneau bafflé de surface Σ_p dont les conditions aux limites sont arbitraires. Comme illustré en figure 6.1, le panneau est supposé être excité par une CLT caractérisée par sa vitesse d'écoulement en dehors de la couche limite U_∞ , supposée stationnaire en temps et homogène spatialement. On définit également le point d'observation \mathbf{x} sur le panneau ($z = 0$) dans un système de coordonnées Cartésien dont l'origine est au centre du panneau.

La réponse vibratoire du panneau au point \mathbf{x} sous ce type d'excitation peut être décrite par l'autospectre de vitesse unilatéral $G_{vv}(\mathbf{x}, f)$ (pour des fréquences $f \geq 0$). Celui-ci peut être estimé par la transformée de Fourier discrète espace – nombre d'onde suivante :

$$G_{vv}(\mathbf{x}, f) \approx \frac{1}{4\pi^2} \sum_{\mathbf{k} \in \Omega_{\mathbf{k}}} |H_v(\mathbf{x}, \mathbf{k}, f)|^2 G_{p_b p_b}(\mathbf{k}, f) \delta \mathbf{k}, \quad (6.1)$$

où $\mathbf{k} = (k_x, k_y)$ est le vecteur nombre d'onde spatial dans le plan (x, y) et $\Omega_{\mathbf{k}}$ représente le domaine des nombres d'onde tronqué sur lequel s'effectue l'intégration discrète (intégration par la méthode des rectangles). Les fonctions de sensibilité $H_v(\mathbf{x}, \mathbf{k}, f)$ sont déterminées en utilisant le principe de réciprocité, c'est-à-dire en excitant le panneau au point \mathbf{x} par un effort normal et en effectuant une transformée de Fourier spatiale discrète de la réponse vibratoire du panneau normalisée par l'effort injecté (voir section 5.3.2 pour plus de détails). L'interspectre des fluctuations de pression de la CLT $G_{p_b p_b}(\mathbf{k}, f)$ défini en condition de paroi bloquée et exprimé dans le domaine des nombres d'onde est décrit par le modèle de Mellen [88]

$$G_{p_b p_b}(\mathbf{k}, f) = G_{p_b p_b}(f) \frac{2\pi (\alpha_x \alpha_y k_c^2)^2}{[(\alpha_x \alpha_y k_c^2)^2 + (\alpha_x k_c k_y)^2 + (\alpha_y k_c)^2 (k_c - k_x)^2]^{3/2}}. \quad (6.2)$$

Les paramètres de décroissances exponentielles α_x et α_y , et la vitesse de convection lié au nombre d'onde de convection $k_c = \omega/U_c$ ont été déterminés à partir de mesures de pression pariétale en soufflerie anéchoïque (voir section 5.4). À noter qu'il n'est pas indispensable dans la méthode que la CLT soit décrite par un modèle. L'intérêt d'un modèle est de pouvoir décrire l'interspectre des fluctuations de pression pour tout \mathbf{k} dans l'équation (6.1). Dans cette étude, le modèle de Mellen a été ajusté à des mesures de pression pariétale en soufflerie pour qu'il soit plus représentatif de l'excitation réelle et que la comparaison de la méthode proposée avec des mesures vibratoires en soufflerie soit plus pertinente. La méthode proposée peut toutefois être appliquée en prenant en compte des paramètres recommandés dans la littérature [114] et/ou un autre modèle [89]. La méthode proposée

permet ainsi de prédire la réponse vibratoire d'un panneau à l'excitation telle que décrite par le modèle considéré.

L'autospectre de pression pariétale $G_{p_b p_b}(f)$, quant à lui, correspond à la répartition des fluctuations de pression pariétale en un point en fonction de la fréquence. Il donne donc une information locale sur la pression quadratique exercée par la CLT et dicte la tendance globale du spectre de pression pariétale et, *a fortiori*, celle de l'autospectre de vitesse du panneau. En effet, l'autospectre de pression pariétale $G_{p_b p_b}(f)$ ne dépendant pas du nombre d'onde \mathbf{k} , en injectant l'équation (6.2) dans l'équation (6.1), il peut être mis en facteur dans la sommation suivant \mathbf{k} . Une erreur sur l'estimation de $G_{p_b p_b}(f)$ entraîne donc directement la même erreur sur les niveaux de l'autospectre de vitesse du panneau. L'autospectre de pression pariétale doit donc être déterminé de manière précise et, dans le cas d'une excitation qui n'est pas parfaitement homogène spatialement (cas d'une CLT générée en soufflerie), la mesure doit être locale.

6.3 Validation de la méthode par réciprocité dans le cas d'un panneau inconnu

La validation de la méthode par réciprocité dans le cas d'un panneau aux propriétés inconnues a été faite en suivant la méthodologie décrite en section 5.3.3. D'une part, les réponses vibratoires des panneaux ont été mesurées sous écoulement dans une soufflerie anéchoïque en un point \mathbf{x} choisi de manière arbitraire et de coordonnées $(x = -0.06 \text{ m}, y = -0.065 \text{ m})$ dans le plan (x, y) . Ces mesures serviront de référence pour valider les prédictions en appliquant la méthode proposée. D'autre part, la méthode basée sur le principe de réciprocité a été appliquée en mesurant les fonctions de sensibilité en ce même point \mathbf{x} . Les autospectres de vitesse ont ensuite été estimés à partir du modèle de Mellen donné en équation (6.2) ajusté à des mesures de pression pariétale (voir section 5.4), d'une mesure locale de l'autospectre de pression pariétale et de l'équation (6.1).

6.3.1 Description des manipulations réalisées

L'objectif étant de se rapprocher au maximum d'une application industrielle, les propriétés mécaniques des panneaux testés sont volontairement restées inconnues. Il s'agit de panneaux composites dédiés à l'habillage intérieur d'avions et les seules informations disponibles concernant ces panneaux sont d'ordre géométrique. L'épaisseur des panneaux testés est de 2.2 mm et seules les dimensions L_x et L_y différencient les panneaux. Le pan-

neau « A » est de dimensions $(L_x, L_y) = (0.23, 0.23)$ m et le panneau « B » de dimensions $(L_x, L_y) = (0.45, 0.23)$ m. Du fait que la méthode issue du principe de réciprocité ne soit pas dépendante des conditions aux limites, elles n'ont volontairement pas été maîtrisées mais sont proches de conditions d'encastrement sur tous les bords du panneau (les bords des panneaux ont été collés sur le baffle). Cela-dit, afin de s'assurer que les conditions aux limites lors de la mesure des fonctions de sensibilité soient identiques à celles lors de la mesure sous écoulement en soufflerie, le même montage expérimental est maintenu pour les deux mesures. La figure 6.2 présente le montage expérimental mis en place pour les deux manipulations.

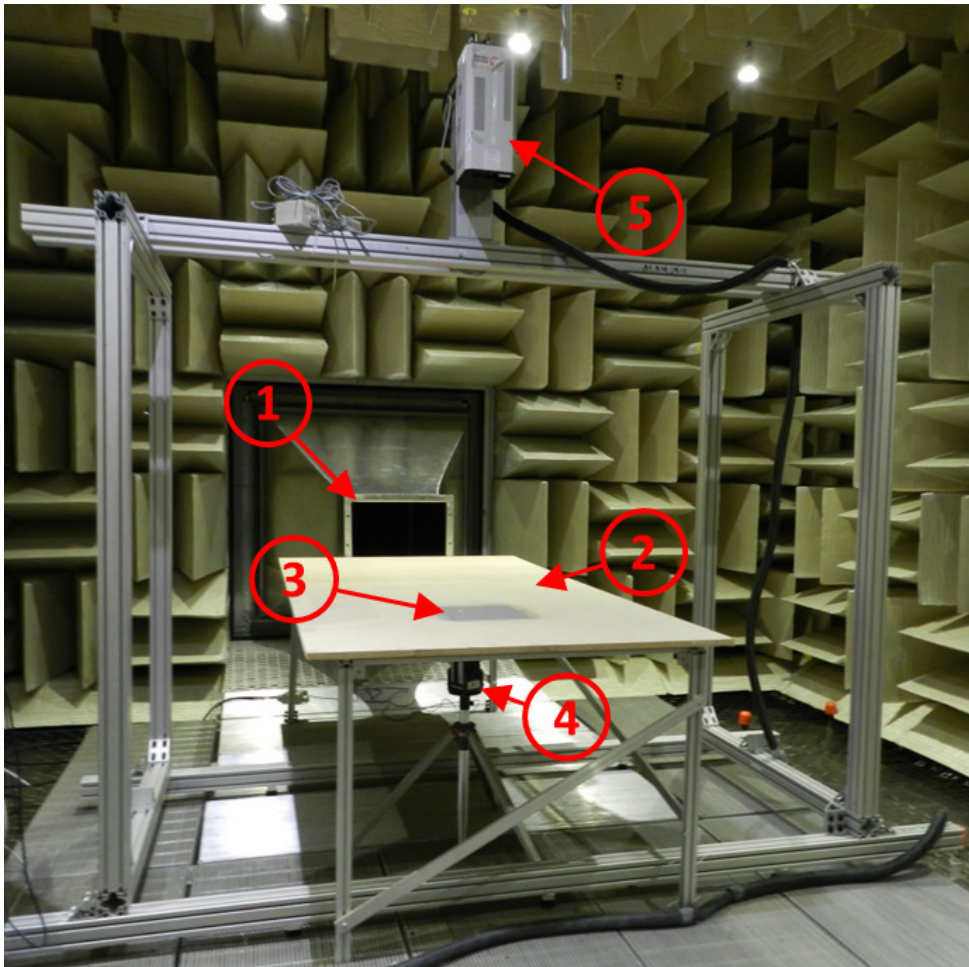


Figure 6.2 Montage expérimental pour la caractérisation de panneaux inconnus. (1) Convergent. (2) Panneau de MDF. (3) Panneau à caractériser. (4) Pot vibrant avec tête d'impédance. (5) Vibromètre laser à balayage.

Dans un premier temps, la réponse du panneau sous écoulement a été mesurée en soufflerie anéchoïque pour les deux vitesses considérées. Pour ce faire, le panneau a été monté de manière affleurante sur le baffle à environ 1.8 m du convergent sur un panneau de MDF

(pour « Medium Density Fibreboard ») d'environ $1.22 \times 2.44 \text{ m}^2$ et de 0.019 m d'épaisseur. La position du panneau correspond quasiment à celle à laquelle les mesures des fluctuations de pression pariétale ont été menées, rendant ainsi le modèle de Mellen ajusté (défini en chapitre 5) utilisable pour prédire la réponse du panneau à partir de la méthode proposée. La réponse vibratoire a été mesurée au point \mathbf{x} avec un accéléromètre PCB 353B18. Des signaux temporels d'accélération sont extraits en faisant 30 secondes d'acquisition avec une fréquence d'échantillonnage de 8192 Hz . L'autospectre de vitesse a été estimé en utilisant la fonction MATLAB « cpsd » et en appliquant une fenêtre de Hanning sur chaque fenêtre de 1 seconde d'acquisition pour aboutir à une résolution fréquentielle de 1.25 Hz .

Dans un second temps, les fonctions de sensibilité ont été déterminées expérimentalement en se basant sur le principe de réciprocité (voir figure 6.2). Afin de garantir des conditions aux limites identiques, les mesures de fonctions de sensibilité ont été réalisées sans changer le montage expérimental (panneau monté sur le panneau de MDF). Le seul changement apporté au montage est la mise en place d'un pot vibrant TMS SmartShaker K2007E01 fixé avec une tête d'impédance PCB288D01 au même point \mathbf{x} , conformément à la méthodologie proposée pour déterminer les fonctions de sensibilité par réciprocité présentée en section 5.3.3. La vitesse vibratoire du panneau a été mesurée en utilisant un vibromètre laser à balayage Polytec PSV-300 sur un maillage uniformément réparti sur la totalité de la surface du panneau (25 points suivant x et y pour le panneau A, 49 points suivant x et 25 points suivant y pour le panneau B). Les propriétés mécaniques du panneau étant inconnues, le maillage n'a pas pu être défini selon l'étude sur le filtrage de panneaux présentée en section 5.5.1. Il a donc été défini de manière à avoir la densité de points la plus fine, tout en ayant un temps de mesure acceptable. Cela a conduit à une résolution spatiale de $\delta_x = \delta_y \approx 9.2 \text{ mm}$ dans les directions x et y respectivement, et ce, pour les deux panneaux étudiés. Une transformée de Fourier temps-fréquence a été effectuée directement dans le logiciel de post-traitement Polytec avec 12 moyennes linéaires, permettant d'extraire la réponse en fréquence en chacun des points discrétisant le panneau. La bande fréquentielle retenue pour cette étude est de 50 à 2000 Hz avec un pas fréquentiel de 1.25 Hz . Elle a été fixée à partir du système d'exploitation associé au vibromètre laser, de manière à ce que le temps de mesure soit acceptable.

Une transformée de Fourier 2D discrète de la réponse vibratoire mesurée conduit aux fonctions de sensibilité au point \mathbf{x} . À partir du maillage défini, les nombres d'onde maximum k_x^{max} et k_y^{max} suivant x et y respectivement atteignables sans qu'il y ait de recouvrement spatial sont donnés par

$$k_x^{max} = k_y^{max} = \frac{\pi}{\delta_x} = \frac{\pi}{\delta_y} \simeq 341 \text{ m}^{-1}. \quad (6.3)$$

Ces nombres d'onde définissent le domaine des nombres d'onde $\Omega_{\mathbf{k}}$ sur lequel l'équation (6.1) est résolue, et ce, pour les deux panneaux étudiés. La résolution dans le domaine des nombres d'onde est, quant à elle, inversement proportionnelle aux dimensions du panneau et diffère donc pour les deux panneaux. Cela-dit, en considérant la plus grande des dimensions, la résolution en nombre d'onde la plus fine qui peut être atteinte est de $\delta k = 2\pi/0.45 \approx 14 \text{ m}^{-1}$. Quel que soit le panneau et la direction considérés, les résolutions en nombre d'onde sont trop faibles pour décrire correctement les fonctions de sensibilité et l'excitation. La méthode du « zero-padding » est donc utilisée pour améliorer la résolution en nombre d'onde et de manière à atteindre une résolution de 1 m^{-1} dans les deux directions et pour les deux panneaux étudiés.

Finalement, la caractérisation de l'excitation a été faite dans le cadre de l'étude présentée en chapitre 5 (voir section 5.4.2 pour plus de détails). Cette caractérisation n'a pas dû être refaite, ce qui d'ailleurs est un intérêt de la méthode proposée, puisqu'une fois l'excitation caractérisée, elle permet de caractériser différents panneaux uniquement par la mesure des fonctions de sensibilité. La vitesse de convection normalisée par la vitesse d'écoulement U_∞ et les coefficients de décroissance exponentielle extraits des mesures de pression pariétale avec l'antenne en spirale sont présentés en figure 6.3 pour les deux vitesses d'écoulement considérées. Ils sont donnés à titre indicatif et correspondent à ceux présentés en figure 5.5 à ceci près qu'ils sont présentés jusqu'à une fréquence basse de 50 Hz.

Le modèle de Mellen nécessite en entrée une information sur l'autospectre de pression pariétale. La pression pariétale a été mesurée au point \mathbf{x} (i.e., au point d'évaluation de G_{vv}) en condition de paroi bloquée et en utilisant l'antenne de microphones MEMS « AH+ Stick-on/Peel-off Conformal Array » [24, 112, 113]. Cet instrument de mesure a été retenu pour limiter l'effet de moyennage spatial déjà observé dans la littérature [70, 113] et lié au diamètre du capteur. Le microphone MEMS étant de très faible dimension, ce capteur s'est avéré plus pertinent pour mesurer les fluctuations de pression pariétale induites par la CLT. L'antenne a été montée dans le sens transverse à l'écoulement (comme montré en figure 6.4) et des signaux temporels sur une durée d'acquisition de 8 secondes (inhérente à la limitation de stockage de données) sont extraits pour chacun des 32 microphones MEMS avec une fréquence d'échantillonnage de 21400 Hz. Les autospectres de pression pariétale

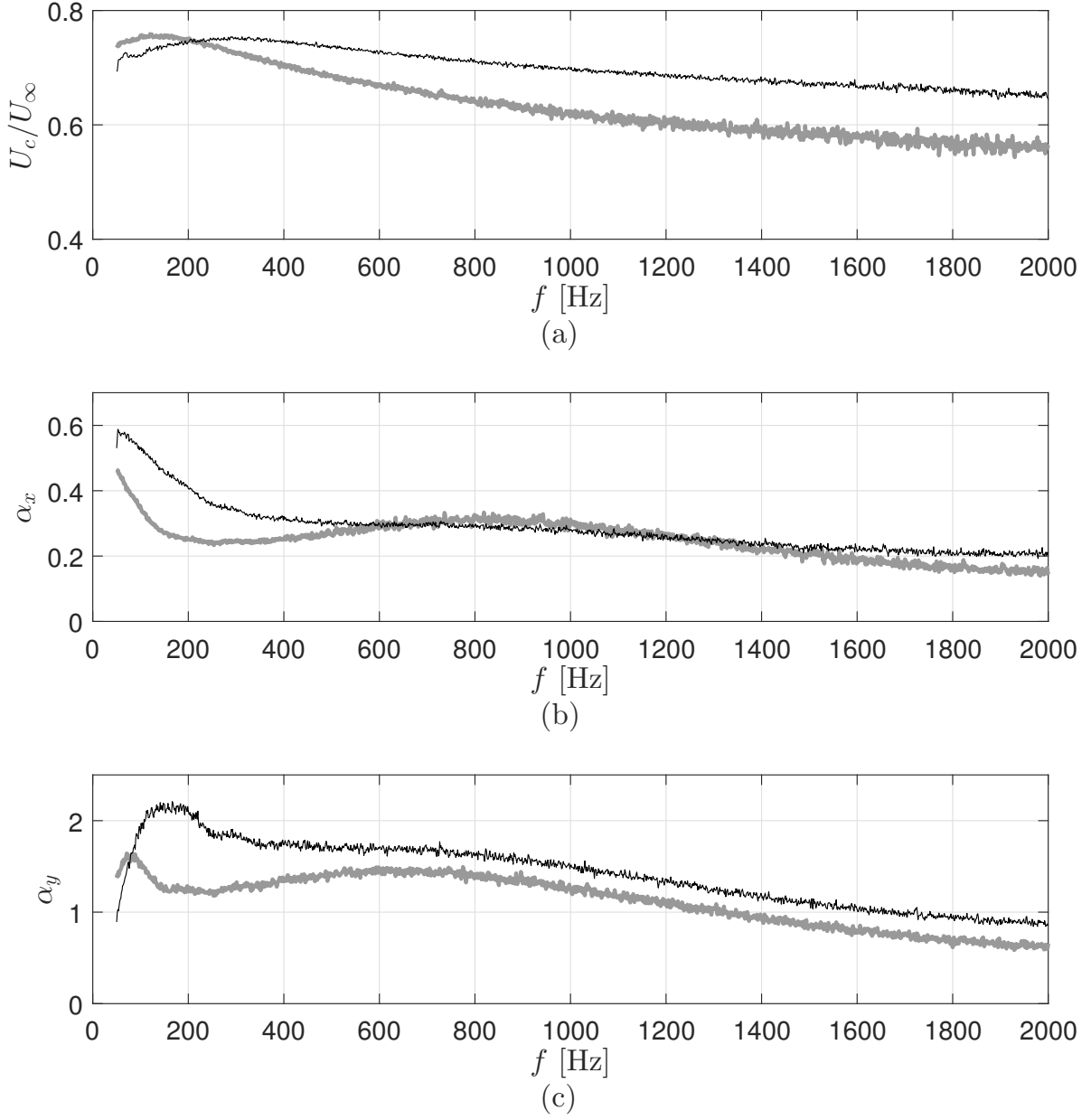


Figure 6.3 Paramètres de la CLT extraits des mesures à $U_\infty = 20 \text{ m.s}^{-1}$ (ligne épaisse grise) et à $U_\infty = 40 \text{ m.s}^{-1}$ (ligne fine noire) pour ajuster le modèle de Mellen. (a) Vitesse de convection normalisée par la vitesse d'écoulement. (b) Coefficient de décroissance exponentielle α_x dans le sens de l'écoulement. (c) Coefficient de décroissance exponentielle α_y dans le sens transverse à l'écoulement.

ont été estimés pour chacun des microphones en utilisant la fonction MATLAB « cpsd » et en appliquant une fenêtre de Hanning sur chaque fenêtre de 1 seconde d'acquisition.

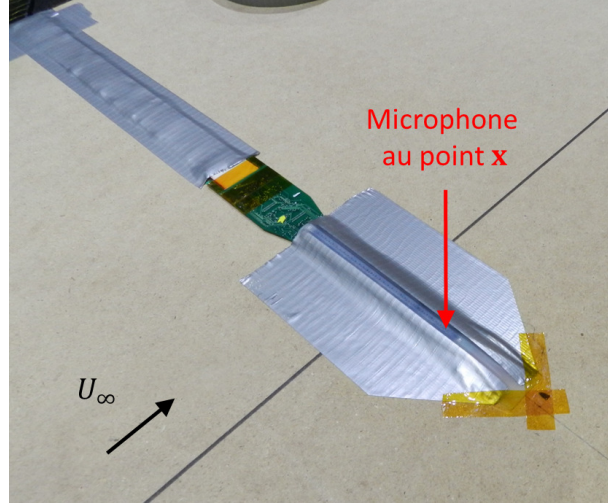


Figure 6.4 Antenne de microphones MEMS montée en soufflerie dans le sens transverse à l'écoulement.

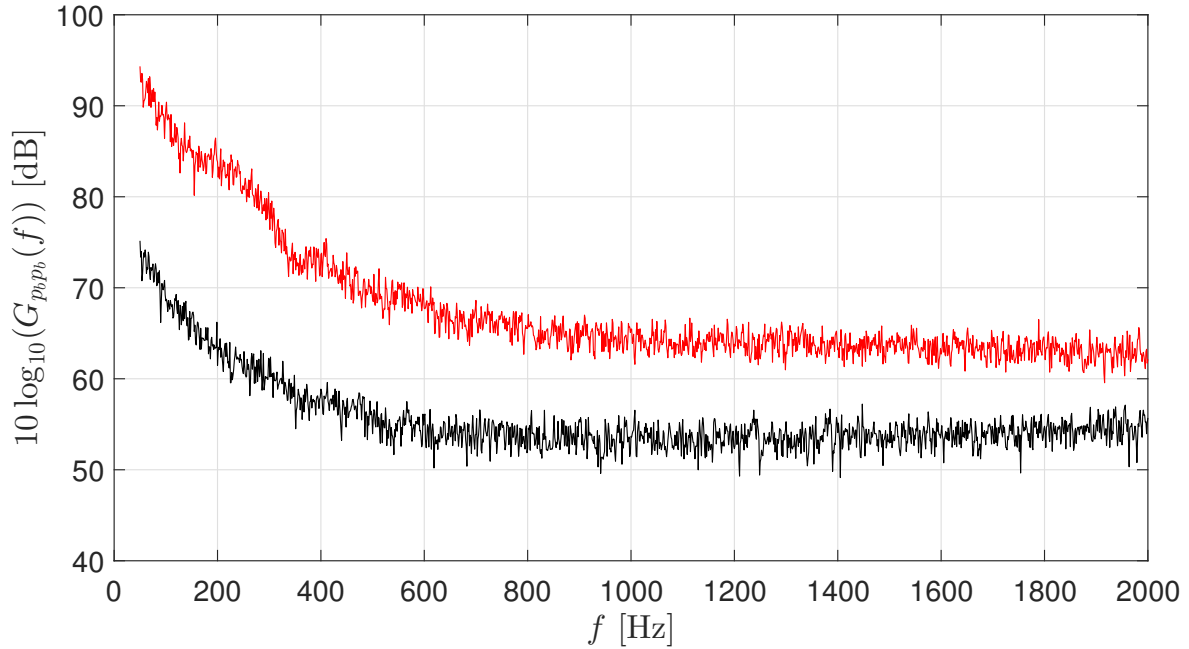


Figure 6.5 Autospectre de pression pariétale mesuré (dB, ref. $4 \times 10^{-10} \text{ Pa}^2 \cdot \text{Hz}^{-1}$) à $U_\infty = 20 \text{ m.s}^{-1}$ (ligne noire) et à $U_\infty = 40 \text{ m.s}^{-1}$ (ligne rouge).

L'autospectre de pression pariétale mesuré au microphone le plus proche du point \mathbf{x} a été considéré, car une légère inhomogénéité du champ de pression pariétale a été observée dans la direction transverse à l'écoulement, conduisant à des différences de niveaux entre les différents microphones. Les autospectres pour les deux vitesses d'écoulement considérées sont présentés en figure 6.5. Une augmentation du niveau de pression avec

la vitesse d'écoulement est observable sur toute la bande de fréquence. L'aspect bruité des autospectres estimés est dû à une durée d'acquisition insuffisante [85] qui n'a pas pu être augmentée (paramètre fixé par le logiciel d'acquisition fourni par AeroHydroPLUS). Cet effet sera forcément répété dans l'estimation de l'autospectre de vitesse à partir de la méthode proposée. La durée d'acquisition aurait pu être augmentée « virtuellement » en faisant des acquisitions séquentielles. Les paramètres présentés en figures 6.3 et 6.5 et l'équation (6.2) définissent entièrement le modèle considéré pour décrire les fluctuations de pression induites par le CLT reproduite en soufflerie anéchoïque.

6.3.2 Fonctions de sensibilité obtenues

Les fonctions de sensibilité obtenues expérimentalement pour le panneau A sont présentées en fonction de la fréquence et suivant k_x (pour $k_y = 0$) en figure 6.6(a), et suivant k_y (pour $k_x = 0$) en figure 6.6(b).

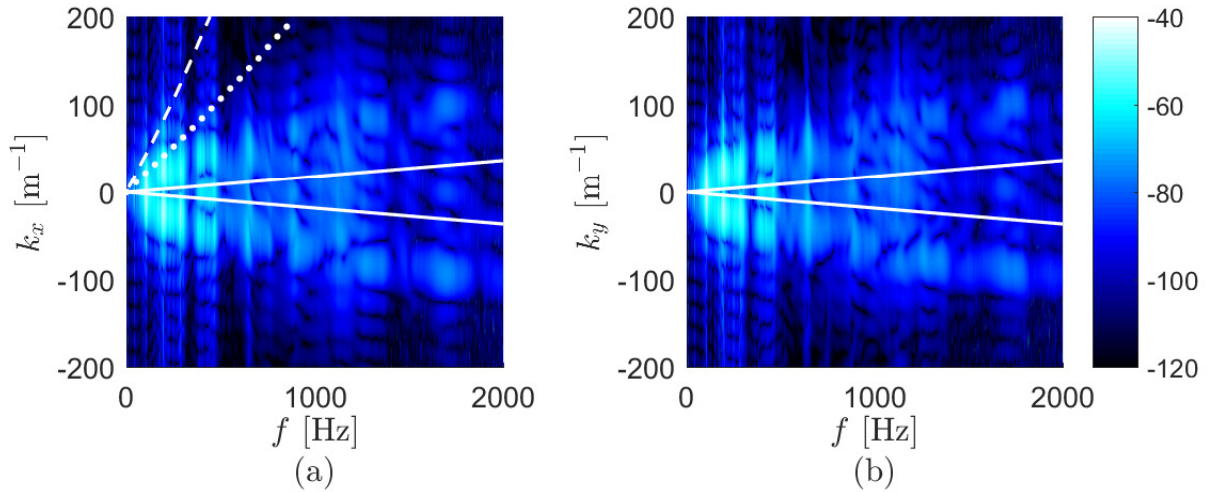


Figure 6.6 Valeur absolue des fonctions de sensibilité au carré $|H_v(\mathbf{x}, \mathbf{k}, f)|^2$ du panneau A (dB, ref. $1 \text{ m}^2 \cdot \text{s}^{-2}$) : (a) suivant k_x et pour $k_y = 0$, (b) suivant k_y et pour $k_x = 0$. $|k_0|$ (ligne continue). k_c pour $U_\infty = 20 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ (ligne en tirets). k_c pour $U_\infty = 40 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ (ligne en pointillés).

Les niveaux obtenus et l'allure des fonctions de sensibilité suivant k_x et k_y sont similaires. En sachant que le panneau est de même dimension suivant x et y , cela indique que le panneau est quasiment isotrope (voire parfaitement isotrope). En ne retenant que les vitesses vibratoires importantes aux nombres d'onde les plus élevés, on peut voir apparaître des tendances s'apparentant aux courbes de dispersion en nombre d'onde des ondes naturelles de flexion d'un panneau plan (fonction racine carrée dans l'équation (5.8)). Encore une fois, ces tendances sont semblables dans les deux directions, ce qui atteste de la quasi iso-

tropie du panneau. N'ayant aucune information sur les propriétés du panneau, ces courbes de dispersions n'ont pas pu être tracées. Les légères différences entre les fonctions de sensibilité obtenues dans les deux directions peuvent être attribuées aux conditions aux limites qui ne sont pas forcément uniformes sur tous les bords et au fait que le panneau ne soit pas parfaitement carré. Cela-dit, cela n'affecte pas la validité de la méthode proposée et ces deux paramètres sont identiques lors de la mesure des fonctions de sensibilité et de celle sous écoulement.

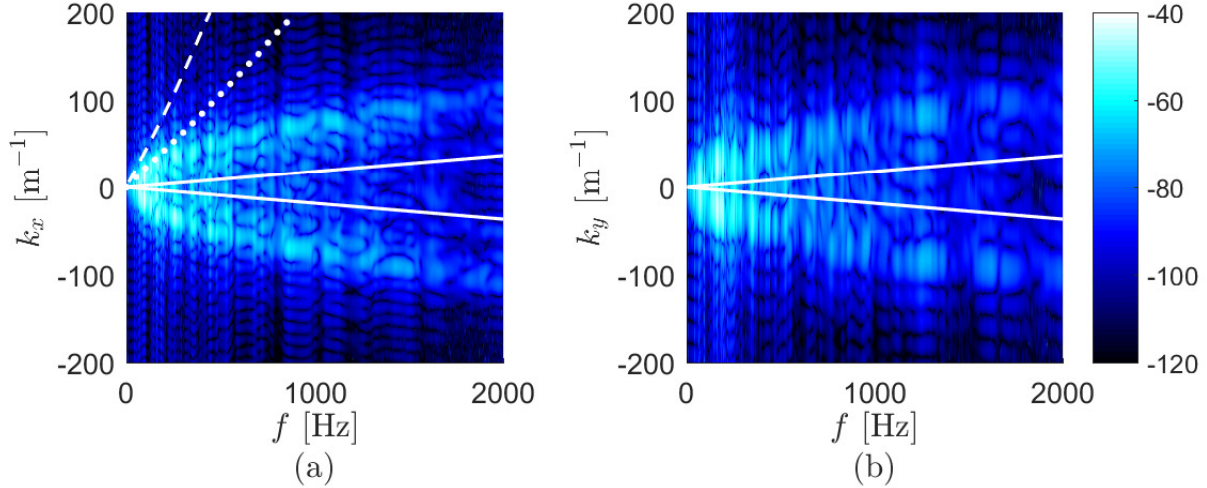


Figure 6.7 Valeur absolue des fonctions de sensibilité au carré $|H_v(\mathbf{x}, \mathbf{k}, f)|^2$ du panneau B (dB, ref. $1 \text{ m}^2.\text{s}^{-2}$) : (a) suivant k_x et pour $k_y = 0$, (b) suivant k_y et pour $k_x = 0$. $|k_0|$ (ligne continue). k_c pour $U_\infty = 20 \text{ m.s}^{-1}$ (ligne en tirets). k_c pour $U_\infty = 40 \text{ m.s}^{-1}$ (ligne en pointillés).

De la même façon, les fonctions de sensibilité obtenues pour le panneau B sont présentées en figure 6.7. En comparaison avec le panneau A, les mêmes tendances sont observables et les mêmes conclusions peuvent être apportées, à ceci près que les dimensions du panneau ne sont pas identiques dans les deux directions. Des différences plus importantes entre le comportement vibratoire suivant k_x et k_y étaient donc attendues, avec notamment une plus forte densité modale suivant x (direction dans laquelle la dimension est la plus grande). Cela-dit, les ondes naturelles de flexion sont indépendantes des dimensions du panneau et ressortent encore une fois de manière identique dans les deux directions de cette représentation en nombre d'onde.

De manière générale, pour les deux panneaux étudiés, il y a de fortes composantes vibratoires proches du nombre d'onde de convection jusqu'à 200 Hz pour $U_\infty = 20 \text{ m.s}^{-1}$ et jusqu'à 500 Hz pour $U_\infty = 40 \text{ m.s}^{-1}$. Ceci indique que la fréquence de coïncidence aérodynamique est sans doute plus élevée pour les panneaux considérés dans ce chapitre que pour le cas test considéré en chapitre 5. L'effet de filtrage dû au panneau est donc

moins important et la partie convective de l'excitation contribuera cette fois à la réponse vibratoire du panneau, au moins pour les fréquences inférieures à celles mentionnées plus haut.

6.3.3 Réponse prédite par la méthode proposée et confrontation aux mesures directes sous écoulement

Dans cette section, la méthode proposée pour prédire la réponse vibratoire d'un panneau sous CLT est confrontée aux mesures directes sous écoulement en soufflerie anéchoïque.

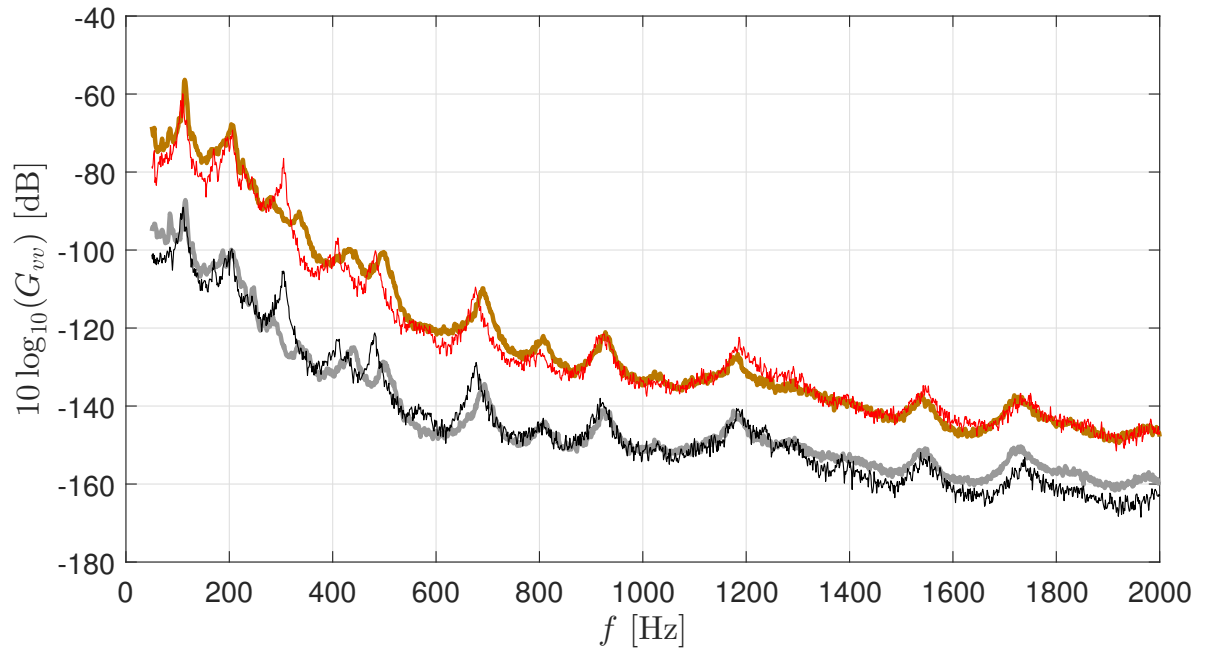


Figure 6.8 Autospectre de vitesse G_{vv} (dB, ref. $1 \text{ m}^2 \cdot \text{s}^{-2} \cdot \text{Hz}^{-1}$) du panneau A : à $U_{\infty} = 40 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ mesure en soufflerie (ligne orange épaisse) vs. méthode proposée (ligne rouge fine) ; à $U_{\infty} = 20 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ mesure en soufflerie (ligne grise épaisse) vs. méthode proposée (ligne noire fine).

D'une part, les autospectres de vitesse des panneaux ont été estimés à partir des mesures directes en soufflerie. D'autre part, les autospectres de vitesse des panneaux ont été estimés à partir des fonctions de sensibilité mesurées, du modèle de Mellen ajusté (équation (6.2)), de la mesure locale de pression pariétale et de l'équation (6.1).

La figure 6.8 présente les autospectres de vitesses au point \mathbf{x} estimés pour le panneau A, pour les deux vitesses d'écoulement considérées et en comparant la méthode proposée à la mesure directe sous écoulement. De légers décalages entre des pics de résonance bien particuliers sont observables. Ceux-ci peuvent s'expliquer par la masse ajoutée par

l'accéléromètre qui peut avoir plus d'influence sur des modes bien spécifiques. Aussi, il semblerait que le mode correspondant au troisième pic de résonance soit moins excité sous écoulement que ce qui est prédit à partir de la méthode proposée.

De la même manière, les autospectres de vitesse sont comparés dans le cas du panneau B en figure 6.9. Le panneau B a une plus forte densité modale, ce qui a aussi été mis en évidence lors de la comparaison des fonctions de sensibilité. Tout comme pour le panneau A, un mode (à environ 500 Hz) est moins excité sous écoulement par rapport à la prédiction issue de la méthode par réciprocité.

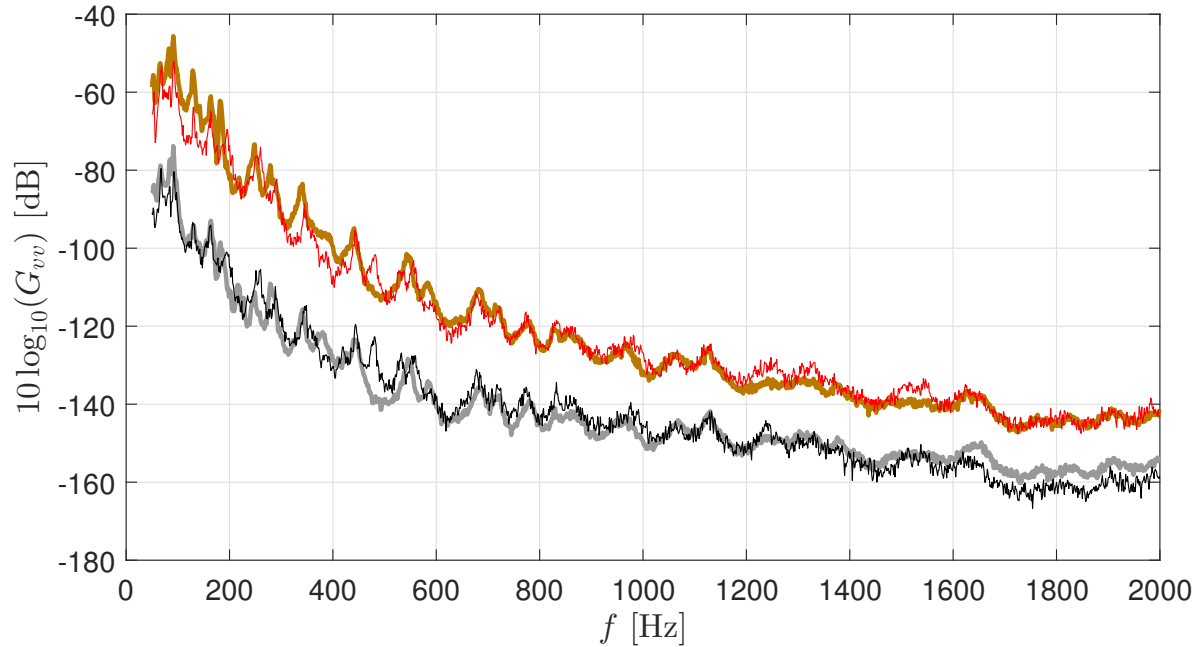


Figure 6.9 Autospectre de vitesse G_{vv} (dB, ref. $1 \text{ m}^2 \cdot \text{s}^{-2} \cdot \text{Hz}^{-1}$) du panneau A : à $U_\infty = 40 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ mesure en soufflerie (ligne orange épaisse) vs. méthode proposée (ligne rouge fine) ; à $U_\infty = 20 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ mesure en soufflerie (ligne grise épaisse) vs. méthode proposée (ligne noire fine).

De manière générale, pour les deux panneaux étudiés et les deux vitesses d'écoulement considérées, les réponses vibratoires prédites via la méthode proposée sont en très bon accord avec les réponses mesurées sous écoulement. Les aspects bruités des courbes obtenues à partir de la méthode proposée sont directement liés aux mesures d'autospectres de pression pariétale décrites en fin de section 6.3.1. Enfin, les niveaux vibratoires augmentent avec la vitesse d'écoulement, ce qui avait déjà été observé en comparant les autospectres de pression pariétale mesurés aux deux vitesses d'écoulement considérées. Comme cela a été mentionné en fin de section 6.2, les autospectres de pression pariétale dictent les tendances globales des réponses vibratoires des panneaux, et cela se remarque bien puisque les

allures des autospectres de vitesse sont semblables aux autospectres de pression pariétale présentés en figure 6.5.

6.4 Conclusion

Cette étude a permis de mettre en avant l'intérêt de la méthode proposée dans un contexte industriel. En effet, les résultats présentés dans cette section ont montré que la réponse vibratoire d'un panneau complexe aux propriétés inconnues sous écoulement turbulent pouvait être prédite avec précision en se passant d'une soufflerie anéchoïque. Il faut pour cela mesurer correctement les fonctions de sensibilité, en veillant à définir un maillage de point suffisamment dense pour à la fois éviter du recouvrement spatial lié aux ondes de flexion se propageant dans le panneau, et pour pouvoir prendre en compte les composantes convectives de l'excitation non filtrées par le panneau. Il est également nécessaire de définir l'autospectre et l'interspectre des fluctuations de pression pariétale de manière à ce qu'il soit bien représentatif de l'excitation considérée. Dans le chapitre 5, une méthode a été présentée pour caractériser expérimentalement une excitation de type couche limite turbulente se développant sur une paroi plane. Cette méthode peut s'avérer nécessaire pour confronter la méthode proposée à des mesures *in situ*. Cela-dit, cette étape n'est pas obligatoire et les modèles couramment présentés dans la littérature [89] peuvent être utilisés tels quels et mèneront à une estimation acceptable de la réponse vibratoire du panneau.

La méthode par réciprocité a également été appliquée pour déterminer la réponse acoustique de ce panneau sous couche limite turbulente. En excitant le panneau par un monopôle en un point \mathbf{x} du milieu acoustique, l'autospectre de pression rayonnée peut être déduit en ce même point \mathbf{x} via les fonctions de sensibilité. À des fins de validation, l'autospectre de pression rayonnée a également été mesuré en soufflerie en ce même point \mathbf{x} . Le montage expérimental (l'ajout de dièdres et de panneaux insonorisants sous le baffle) n'a pas permis un rapport signal sur bruit satisfaisant entre le côté excitateur (où la couche limite est développée) et le côté réception (où la pression rayonnée est mesurée) rendant les mesures directes sous écoulement inexploitable. La méthode n'a donc pas pu être validée sur le volet réponse acoustique sous excitation CLT. Il est précisé que le niveau de bruit rayonné sous les faibles vitesses considérées est peu important. Il serait intéressant de mettre en place un montage expérimental plus approprié pour des applications acoustiques afin de valider la méthode par réciprocité dans le milieu acoustique.

CHAPITRE 7

Conclusion générale du mémoire et perspectives

Cette thèse s'est inscrite dans le cadre du développement de méthodes expérimentales permettant de caractériser le comportement vibro-acoustique de panneaux excités par un champ de pression aléatoire, tout en s'affranchissant des moyens d'essais usuels (chambres réverbérantes, tunnel aérodynamique) qui sont coûteux, difficilement contrôlables (température, bruit de fond, etc.) et peu reproductibles. Les deux méthodes étudiées dans cette thèse se basent sur la formulation mathématique dans l'espace des nombres d'onde du comportement vibro-acoustique d'un panneau excité par un champ de pression aléatoire, stationnaire et homogène spatialement. Les équations établies permettent de séparer explicitement les contributions de l'excitation, via l'interspectre de pression pariétale, du comportement dynamique du panneau, via les fonctions de sensibilité. À partir de la connaissance de l'interspectre de pression pariétale de l'excitation, il suffit de déterminer expérimentalement les fonctions de sensibilité en un point \mathbf{x} (sur le panneau ou dans le milieu acoustique) pour prédire le comportement vibro-acoustique du panneau en ce point \mathbf{x} sous l'excitation aléatoire considérée.

Deux interprétations peuvent être associées à ces fonctions de sensibilité, ce qui nous a conduit à étudier deux méthodes pour les estimer expérimentalement. Une première interprétation, déduite directement de l'expression mathématique des fonctions de sensibilité, permet de les décrire comme la réponse vibro-acoustique du panneau au point \mathbf{x} (sur le panneau ou dans le milieu acoustique) lorsqu'il est excité par une onde plane pariétale de nombre d'onde $-\mathbf{k}$. Ainsi, en générant expérimentalement des ondes planes pariétales par antenne synthétique, pour différents nombres d'onde \mathbf{k} et en mesurant la réponse vibro-acoustique du panneau au point \mathbf{x} , les fonctions de sensibilité sont déterminées expérimentalement.

La seconde interprétation se base sur des principes de réciprocité et permet de décrire les fonctions de sensibilité en un point \mathbf{x} (sur le panneau ou dans le milieu acoustique) comme étant la double transformée de Fourier spatiale de la réponse vibratoire du panneau lorsqu'il est excité par une source élémentaire (mécanique si on s'intéresse aux vibrations du panneau et acoustique si on s'intéresse à son rayonnement acoustique) en ce même point \mathbf{x} .

Dans un premier temps, on s'est intéressé à prédire, avec ces deux méthodes, la réponse d'un panneau académique (plaque en aluminium simplement appuyée sur ses quatre bords) soumis à un champ diffus. Dans ce cas, les fonctions de sensibilité ont été déterminées pour des nombres d'onde compris dans le domaine acoustique uniquement.

En ce qui concerne la méthode basée sur les principes de réciprocité, présentée en chapitre 3, des investigations théoriques ont d'abord été menées. En effet, le principe de réciprocité appliqué à la détermination des fonctions de sensibilité n'avait été proposé dans la littérature que pour prédire numériquement la pression acoustique rayonnée par des plaques/coques raidies sous couches limites turbulentes. Afin de caractériser la transparence acoustique de panneaux, il a fallu étendre le principe de base pour notamment déterminer la vitesse particulière dans le milieu fluide. L'extension des travaux de Lyamshév a permis de montrer que le ratio entre la vitesse particulière en un point \mathbf{x} du milieu acoustique et l'effort normal appliqué à un panneau en $\tilde{\mathbf{x}}$ est égal au ratio entre la vitesse vibratoire du panneau en $\tilde{\mathbf{x}}$ et l'effort injecté dans le fluide au point \mathbf{x} par une source dipolaire. Suite à cette démonstration, une procédure expérimentale a été mise en place pour prédire, par réciprocité, la transparence acoustique de la plaque simplement supportée. Le principe de réciprocité a également été appliqué pour prédire le comportement vibratoire en un point de la plaque lorsqu'elle est excitée par un CAD. La confrontation de cette méthode alternative à des résultats issus de modèles théoriques et à des mesures directes en chambres réverbérante – anéchoïque couplées a permis de valider numériquement et expérimentalement la méthode par réciprocité.

Pour la méthode par antenne synthétique, une étude paramétrique a été menée pour définir les paramètres optimaux de l'antenne pour le cas test considéré. Cette étude est basée sur des simulations numériques représentant le comportement d'une antenne virtuelle. Les résultats ont montré que d'un point de vue théorique, la méthode par antenne synthétique pouvait permettre de déterminer les fonctions de sensibilité et que le nombre de position de sources était acceptable pour des applications pratiques. Néanmoins, on a pu observer que le conditionnement du problème à résoudre était relativement mauvais, ce qui indique que la méthode doit être sensible aux erreurs/bruits de mesure. La mise en œuvre expérimentale a montré que l'on pouvait estimer correctement les fonctions de sensibilité dans le domaine acoustique et donc prédire correctement le niveau vibratoire et la transparence acoustique du panneau sous champ diffus. Pour des nombres d'onde plus grands que le nombre d'onde acoustique, les fonctions de sensibilité étaient très bruitées. La méthode par antenne synthétique n'est donc, *a priori*, pas adéquate pour déterminer

les fonctions de sensibilité sur un large domaine des nombres d'onde quelle que soit la fréquence d'excitation.

L'objectif par la suite a été de considérer une excitation de type couche limite turbulente. Contrairement au champ diffus, les contributions énergétiques d'une couche limite turbulente ne se limitent pas au domaine acoustique. Dans le cas d'une couche limite turbulente subsonique, la partie dominante de l'excitation se situe en dehors de ce domaine. La conséquence directe est de devoir déterminer les fonctions de sensibilité sur un domaine des nombres d'onde plus étendu et c'est à ce niveau que la méthode par antenne synthétique peut être mise en défaut.

La méthode par réciprocité a donc été retenue pour caractériser le comportement vibratoire d'un panneau sous une couche limite turbulente subsonique, qui fait l'objet des études présentées en chapitres 5 et 6 de ce mémoire. Si dans le cas du champ diffus, l'interspectre de pression pariétale peut être déterminé analytiquement et si ce modèle est en assez bon accord avec le champ de pression reproduit en chambre réverbérante, ce n'est pas aussi évident pour la couche limite turbulente. Les modèles analytiques, utilisés tels quels, ne permettent pas de prédire de manière satisfaisante les fluctuations de pression induites par une couche limite turbulente reproduite expérimentalement. Certains modèles semi-empiriques peuvent être ajustés facilement à des mesures, mais demandent pour cela d'avoir les bonnes données d'entrée.

La validation de la méthode par réciprocité se basant sur une confrontation avec des mesures directes sous écoulement, une méthode a été proposée pour caractériser une couche limite turbulente générée sur un panneau plan en condition de paroi bloquée dans une soufflerie anéchoïque. Cette méthode consiste à utiliser une antenne de microphones rotative pour mesurer les fluctuations de pression en paroi, puis, par post-traitement, reconstruire virtuellement une antenne à haute densité de microphones (voir chapitre 5). Ces mesures ont ensuite été utilisées pour ajuster le modèle d'interspectre des fluctuations de pression qui semblait le plus adapté, à savoir le modèle de Mellen.

Une fois l'excitation définie, la méthode par réciprocité a pu être appliquée et validée en considérant le même panneau simplement supporté, pour lequel l'effet de filtrage de la structure sur l'excitation a pu être étudié (en chapitre 5), puis un panneau complexe dont les propriétés mécaniques sont inconnues (en chapitre 6). Le bon accord entre les réponses prédites par réciprocité et celles mesurées directement sous écoulement ont, notamment, permis de montrer que la méthode par réciprocité permet de déterminer de manière précise les fonctions de sensibilité sur une large gamme de nombre d'onde, quelle que soit le

fréquence d'excitation, les conditions aux limites et les propriétés mécaniques du panneau. Le fait d'avoir prédit de manière satisfaisante la réponse de deux panneaux différents à partir d'une mesure de l'interspectre des fluctuations de pression pariétale met clairement en évidence un avantage de la méthodologie proposée : dès lors que l'excitation est définie, la réponse de tout type de panneau à cette excitation peut être prédite sans pour autant devoir le soumettre réellement à cette excitation.

La méthode proposée permet donc une caractérisation *ex situ* du comportement vibro-acoustique d'un panneau excité par un champ de pression aléatoire à partir de sources élémentaires (pot vibrant, source monopolaire et source dipolaire). En plus de cela, l'excitation et/ou le comportement dynamique du panneau (via les fonctions de sensibilité) peuvent être déterminés par mesure, mais peuvent également provenir de modèles analytiques ou numériques. Cette approche semble donc idéale pour mener des études paramétriques. Une fois l'excitation définie, la réponse de panneaux avec différentes propriétés mécaniques peut facilement être déduite et à coût réduit. Inversement, on peut se servir d'une mesure des fonctions de sensibilité pour caractériser le comportement vibro-acoustique du panneau en faisant varier, à partir d'un modèle, les paramètres physiques de l'excitation, tels que la vitesse d'écoulement d'une couche limite turbulente ou encore en faisant varier l'angle maximum des ondes rasantes dans un champ diffus.

Dans le cadre de ces travaux de recherche, deux éléments principaux sont ressortis :

1. la méthode par réciprocité permet d'adresser les deux excitations aléatoires d'intérêt, et est globalement simple de mise en œuvre,
2. la validité de la réponse prédite par cette méthode dépend principalement de la définition de l'interspectre de pression pariétale (donc de l'excitation).

On comprend donc, que si l'objectif est de prédire la réponse d'un panneau à une excitation correspondant à une application réelle (acoustique du bâtiment, transport, etc.) via la méthode par réciprocité, il est primordial de pouvoir définir (par mesure ou via un modèle analytique) l'excitation réelle.

Les perspectives possibles identifiées suite à ces travaux de recherche sont :

- Le développement ou l'élaboration d'outils permettant de caractériser expérimentalement tout type de champ de pression aléatoire. Pour cela, il faudra notamment s'assurer que la mesure est valide sur tout le domaine des nombres d'onde (pour la couche limite turbulente, par exemple, la région convective doit être capturée correctement tout en assurant une bonne estimation du domaine des bas nombres d'onde).

Il serait également intéressant de disposer d'un outil qui puisse être utilisé dans les applications industrielles (typiquement être capable de mesurer les fluctuations de pression à l'extérieur d'un avion).

- L'extension de la méthode par réciprocité à des structures non planes. Les différents principes de réciprocité étant valides pour tout système linéaire, ils peuvent être utilisés pour des coques par exemple. Les difficultés principales seront de définir l'excitation et d'opérer la transformée de Fourier spatiale pour déterminer les fonctions de sensibilité.
- Un inconvénient de la méthode proposée est qu'elle reste relativement coûteuse en temps de mesure. Il serait donc intéressant de la coupler à des méthodes de mesure plein champ, par déflectométrie par exemple. Cela réduirait le temps de mesure significativement et permettrait d'avoir une plus grande résolution spatiale pour la mesure de la réponse vibratoire du panneau.
- La validation expérimentale de la méthode par approche modale pour déterminer les fonctions de sensibilité (présentée en annexe B).
- Utiliser les mesures de fonctions de sensibilité et la réponse du panneau sous l'excitation reproduite (en chambre réverbérante, en soufflerie, etc.) pour résoudre le système de manière inverse et remonter à l'excitation.
- Une autre interprétation des fonctions de sensibilité peut être déduite directement de leur expression mathématique :

$$H_{\alpha}(\mathbf{x}, \mathbf{k}, \omega) = \iint_{\Sigma_p} H_{\alpha/F_n}(\mathbf{x}, \tilde{\mathbf{x}}, \omega) e^{-j\mathbf{k}\tilde{\mathbf{x}}} d\tilde{\mathbf{x}}. \quad (7.1)$$

En excitant le panneau par un effort normal en plusieurs points $\tilde{\mathbf{x}}$ du panneau (en utilisant un marteau d'impact par exemple), on peut mesurer sa réponse vibratoire localement avec un accéléromètre et, simultanément, mesurer la pression rayonnée et la vitesse particulière. Il suffit, ensuite, de considérer une forme discrétisée de l'équation (7.1) pour déterminer les fonctions de sensibilité. Cette méthode permettrait de déterminer les fonctions de sensibilité de manière simple et surtout à moindres coûts.

ANNEXE A

Calcul de la puissance rayonnée par une plaque plane simplement supportée sous excitation aléatoire

Considérons une plaque plane de surface Σ_p , bafflée et en appui simple sur tous ses bords. Considérons également un point \mathbf{x} dans le système de coordonnées Cartésien (x, y) appartenant à la plaque (voir figure A.1).

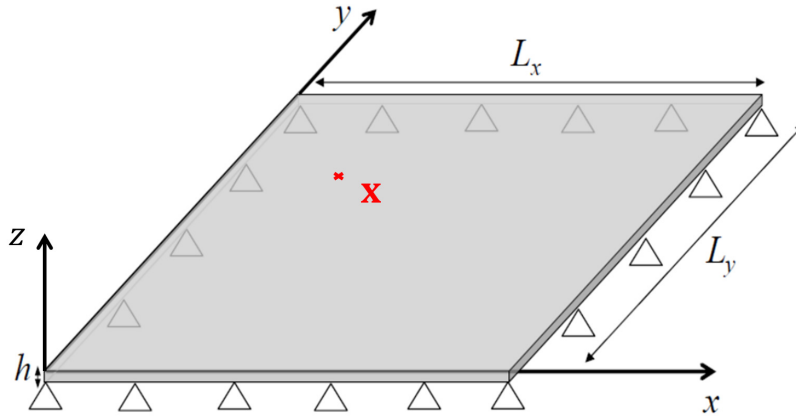


Figure A.1 Schéma de la plaque considérée et du repère Cartésien.

De manière générale, la puissance rayonnée par une plaque sous champ de pression aléatoire peut s'écrire sous la forme :

$$\Pi_{ray}(\omega) = \iint_{\Sigma_p} I_{act}(\mathbf{x}, \omega) d\mathbf{x}, \quad (\text{A.1})$$

où I_{act} est l'intensité active normale sortante à la plaque. L'intensité active peut être définie par [45]

$$I_{act}(\mathbf{x}, \omega) = \text{Re}\{S_{pv_0}(\mathbf{x}, \omega)\}, \quad (\text{A.2})$$

où S_{pv_0} est l'interspectre entre la pression acoustique et la vitesse particulière qui peut s'écrire sous la forme suivante

$$S_{pv_0}(\mathbf{x}, \omega) = \frac{1}{4\pi^2} \iint_{\mathbf{k}} H_p(\mathbf{x}, \mathbf{k}, \omega) H_{v_0}^*(\mathbf{x}, \mathbf{k}, \omega) S_{p_b p_b}(\mathbf{k}, \omega) d\mathbf{k}. \quad (\text{A.3})$$

En notant $\tilde{H}_p(\tilde{\mathbf{k}}, \mathbf{k}, \omega)$ la fonction de sensibilité en pression rayonnée exprimée dans l'espace des nombres d'onde $\tilde{\mathbf{k}}$ et $\tilde{H}_{v_0}(\tilde{\mathbf{k}}, \mathbf{k}, \omega)$ la fonction de sensibilité en vitesse particulière

exprimée dans l'espace des nombres d'onde $\tilde{\mathbf{k}}$, elles peuvent être reliées aux fonctions de sensibilité dans le domaine spatial par :

$$H_p(\mathbf{x}, \mathbf{k}, \omega) = \frac{1}{4\pi^2} \iint_{\tilde{\mathbf{k}}} \tilde{H}_p(\tilde{\mathbf{k}}, \mathbf{k}, \omega) e^{j\tilde{\mathbf{k}}\mathbf{x}} d\tilde{\mathbf{k}}, \quad (\text{A.4})$$

et

$$H_{v_0}^*(\mathbf{x}, \mathbf{k}, \omega) = \frac{1}{4\pi^2} \iint_{\tilde{\mathbf{k}}} \tilde{H}_{v_0}^*(\tilde{\mathbf{k}}, \mathbf{k}, \omega) e^{-j\tilde{\mathbf{k}}\mathbf{x}} d\tilde{\mathbf{k}}. \quad (\text{A.5})$$

En combinant toutes les équations présentées jusque-là, la puissance rayonnée peut s'écrire de la façon suivante :

$$\Pi_{ray}(\omega) = \text{Re} \left\{ \left(\frac{1}{4\pi^2} \right)^3 \iiint_{\mathbf{k}} \iint_{\tilde{\mathbf{k}}} \iint_{\tilde{\mathbf{k}}} \tilde{H}_p(\tilde{\mathbf{k}}, \mathbf{k}, \omega) \tilde{H}_{v_0}^*(\tilde{\mathbf{k}}, \mathbf{k}, \omega) \iint_{\Sigma_p} e^{j(\tilde{\mathbf{k}}-\tilde{\mathbf{k}})\mathbf{x}} d\mathbf{x} \right. \\ \left. \times d\tilde{\mathbf{k}} d\tilde{\mathbf{k}} S_{p_b p_b}(\mathbf{k}, \omega) d\mathbf{k} \right\}. \quad (\text{A.6})$$

Or,

$$\frac{1}{4\pi^2} \iint_{-\infty}^{+\infty} e^{j(\tilde{\mathbf{k}}-\tilde{\mathbf{k}})\mathbf{x}} d\mathbf{x} = \delta(\tilde{\mathbf{k}} - \tilde{\mathbf{k}}) = \begin{cases} 1 & \text{si } \tilde{\mathbf{k}} = \tilde{\mathbf{k}} \\ 0 & \text{si } \tilde{\mathbf{k}} \neq \tilde{\mathbf{k}} \end{cases}$$

Cette propriété peut être utilisée dans le cas d'un panneau bafflé car l'intensité sortante est nulle au niveau du baffle. La puissance rayonnée peut donc être réécrite sous la forme suivante

$$\Pi_{ray}(\omega) = \text{Re} \left\{ \left(\frac{1}{4\pi^2} \right)^2 \iint_{\mathbf{k}} \iint_{\tilde{\mathbf{k}}} \tilde{H}_p(\tilde{\mathbf{k}}, \mathbf{k}, \omega) \tilde{H}_{v_0}^*(\tilde{\mathbf{k}}, \mathbf{k}, \omega) d\tilde{\mathbf{k}} S_{p_b p_b}(\mathbf{k}, \omega) d\mathbf{k} \right\}. \quad (\text{A.7})$$

La fonction de sensibilité $\tilde{H}_{v_0}(\tilde{\mathbf{k}}, \mathbf{k}, \omega)$ peut également être calculée analytiquement puisque :

$$\tilde{H}_{v_0}(\tilde{\mathbf{k}}, \mathbf{k}, \omega) = \sum_{m,n} a_{mn}(\mathbf{k}) \tilde{\phi}_{mn}(\tilde{\mathbf{k}}), \quad (\text{A.8})$$

où $a_{mn}(\mathbf{k})$ sont les amplitudes modales associées à une onde plane pariétale excitatrice de nombre d'onde \mathbf{k} et $\tilde{\phi}_{mn}(\tilde{\mathbf{k}})$ sont les déformées propres de la plaque simplement supportée exprimées dans les nombres d'onde $\tilde{\mathbf{k}}$. Ces dernières se calculent par transformée de Fourier espace – nombre d'onde des déformées spatiales, soit :

$$\tilde{\phi}_{mn}(\tilde{\mathbf{k}}) = \int_0^{L_x} \int_0^{L_y} \phi_{mn}(\mathbf{x}) e^{-j\tilde{\mathbf{k}}\mathbf{x}} d\mathbf{x} = I_m^x I_n^y, \quad (\text{A.9})$$

où,

$$I_p^\xi = \begin{cases} \left(\frac{p\pi}{L_\xi}\right) \frac{(-1)^p e^{-j\tilde{k}_\xi L_\xi} - 1}{\tilde{k}_\xi^2 - \left(\frac{p\pi}{L_\xi}\right)^2} & \text{si } \tilde{k}_\xi \neq \left(\frac{p\pi}{L_\xi}\right) \\ \frac{jL_\xi}{2} & \text{sinon} \end{cases}$$

La vitesse particulière en paroi d'une plaque excitée par une OPP de nombre d'onde \mathbf{k} exprimée dans le domaine des nombres d'onde peut être liée à la pression acoustique dans le domaine des nombres d'onde par la relation suivante [119]

$$\tilde{H}_p(\tilde{\mathbf{k}}, \mathbf{k}, \omega) = \frac{\omega \rho_0}{k_z} \tilde{H}_{v_0}(\tilde{\mathbf{k}}, \mathbf{k}, \omega) \quad (\text{A.10})$$

où ρ_0 est la densité du fluide et $kz = \sqrt{k_0^2 - \tilde{k}_x^2 - \tilde{k}_y^2}$ si $\tilde{k}_x^2 + \tilde{k}_y^2 \leq k_0^2$ sinon $kz = j\sqrt{\tilde{k}_x^2 + \tilde{k}_y^2 - k_0^2}$.

Finalement, à partir des fonctions de sensibilité calculées en plusieurs points de la plaque, la puissance rayonnée théorique peut être calculée via la formule suivante

$$\Pi_{ray}(\omega) = \text{Re} \left\{ \left(\frac{1}{4\pi^2} \right)^2 \sum_{\mathbf{k}} \sum_{\tilde{\mathbf{k}}} \tilde{H}_p(\tilde{\mathbf{k}}, \mathbf{k}, \omega) \tilde{H}_{v_0}^*(\tilde{\mathbf{k}}, \mathbf{k}, \omega) \Delta \tilde{\mathbf{k}} S_{p_b p_b}(\mathbf{k}, \omega) \Delta \mathbf{k} \right\}. \quad (\text{A.11})$$

ANNEXE B

Approche alternative : fonctions de sensibilités modales

Cette annexe est consacrée à la présentation d'une méthode alternative pour déterminer le comportement vibro-acoustique d'un panneau sous excitation aléatoire. La formulation mathématique du problème est d'abord présentée pour ensuite présenter des premiers résultats numériques. Pour conclure, les avantages et inconvénients de la méthode sont exposés.

B.1 Formulation analytique de la méthode proposée

Les fonctions de sensibilité correspondent à la réponse d'un panneau à une OPP de nombre d'onde $-\mathbf{k}$. Elles peuvent être calculées par décomposition modale et s'écrivent alors de la façon suivante

$$H_v(\mathbf{x}, \mathbf{k}, \omega) = j\omega \sum_{m,n} \frac{P_{mn}(\mathbf{k})\phi_{mn}(\mathbf{x})}{M_{mn}(\omega_{mn}^2 - \omega^2 + j\eta_{mn}\omega_{mn}\omega)}, \quad (\text{B.1})$$

où $P_{mn}(\mathbf{k})$ est la pression généralisée et se calcule de la façon suivante

$$\begin{aligned} P_{mn}(\mathbf{k}) &= \iint_{\Sigma_p} p(\mathbf{x}, \mathbf{k})\phi_{mn}(\mathbf{x})d\mathbf{x} \\ &= \iint_{\Sigma_p} \phi_{mn}(\mathbf{x})e^{-j\mathbf{k}\mathbf{x}}d\mathbf{x} \\ &= TF[\phi_{mn}(\mathbf{x})]. \end{aligned} \quad (\text{B.2})$$

La convergence de la série modale est assurée en sommant au moins les modes dont la fréquence propre est inférieure à deux fois la fréquence d'excitation. La réponse vibratoire du panneau à une série d'OPP peut être reformulée comme suit

$$H_v(\mathbf{x}, \mathbf{k}, \omega) = \sum_{m,n} a_{mn}(\mathbf{k}, \omega)\phi_{mn}(\mathbf{x}), \quad (\text{B.3})$$

avec,

$$a_{mn}(\mathbf{k}, \omega) = j\omega \frac{TF[\phi_{mn}(\mathbf{x})]}{M_{mn}(\omega_{mn}^2 - \omega^2 + j\eta_{mn}\omega_{mn}\omega)}. \quad (\text{B.4})$$

En déterminant expérimentalement les caractéristiques modales du panneau (ϕ_{mn} , ω_{mn} , η_{mn} et M_{mn}), la réponse vibratoire du panneau à une série d'OPP de nombres d'onde $-\mathbf{k}$ peut être estimée par décomposition modale dans une phase de post-traitement. La caractérisation reste expérimentale et la réponse vibratoire est obtenue en chacun des points N sur lesquels les déformées modales ont été mesurées. À partir des fonctions de sensibilité vibratoire obtenues, l'interspectre de vitesse entre deux points \mathbf{x}_i et \mathbf{x}_j du panneau peut être calculé de la façon suivante :

$$S_{vv}(\mathbf{x}_i, \mathbf{x}_j, \omega) = \frac{1}{4\pi^2} \iint_{-\infty}^{\infty} H_v(\mathbf{x}_i, \mathbf{k}, \omega) H_v^*(\mathbf{x}_j, \mathbf{k}, \omega) S_{p_b p_b}(\mathbf{k}, \omega) d\mathbf{k}. \quad (\text{B.5})$$

La matrice interspectrale des vitesses de dimensions $[N \times N]$ correspondant aux interspectres de vitesse entre chaque combinaison de points \mathbf{x}_i et \mathbf{x}_j est ainsi construite. Finalement, la puissance rayonnée par un panneau bafflé soumis à une excitation aléatoire est donnée par

$$\Pi_{ray}(\omega) = \text{Tr} \left([S_{vv}]_{N \times N} [R_{ray}]_{N \times N} \right), \quad (\text{B.6})$$

avec,

$$[R_{ray}]_{ij} = \frac{\omega^2 \rho_0 A_e}{4\pi c_0} \begin{bmatrix} 1 & \frac{\sin(k_0 r_{12})}{k_0 r_{12}} & \dots & \dots & \frac{\sin(k_0 r_{1N})}{k_0 r_{1N}} \\ \frac{\sin(k_0 r_{21})}{k_0 r_{21}} & \ddots & & & \vdots \\ \vdots & & \frac{\sin(k_0 r_{ij})}{k_0 r_{ij}} & & \vdots \\ \vdots & & & \ddots & \vdots \\ \frac{\sin(k_0 r_{N1})}{k_0 r_{N1}} & \dots & \dots & \dots & \frac{\sin(k_0 r_{NN})}{k_0 r_{NN}} \end{bmatrix}, \quad (\text{B.7})$$

où A_e est la surface élémentaire, r_{ij} est la distance entre les deux points \mathbf{x}_i et \mathbf{x}_j considérés.

B.2 Résultats préliminaires

Les résultats présentés ci-dessous sont obtenus en appliquant numériquement la méthode proposée et en considérant le même cas test qu'en chapitre 3 (plaque en aluminium simplement supportée sur tous ses bords). Les fonctions de sensibilité au point \mathbf{x}_M de coordonnées $(x = 0.06, y = 0.3, z = 0)$ obtenues numériquement sont présentées en figure B.1 pour trois fréquences d'excitation. La première correspond au mode (2,1) de la plaque et les deux

autres sont hors résonance. Un excellent accord entre les résultats obtenus est observé ce qui valide numériquement la méthode pour les trois fréquences considérées.

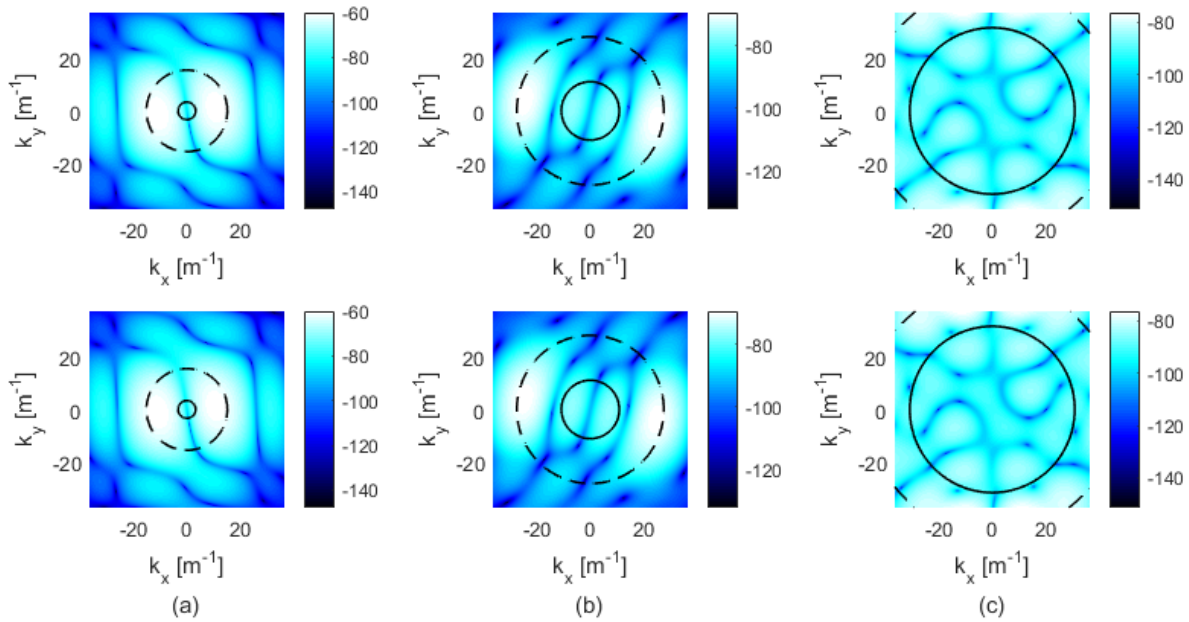


Figure B.1 Fonctions de sensibilité en vitesse au point \mathbf{x}_M , $|H_v|^2$ (dB, ref. 1 m^2s^{-2}) : interprétation directe (en haut), par caractérisation modale (en bas). (a) $f = 178$ Hz. (b) $f = 600$ Hz. (c) $f = 1710$ Hz. - - -, cercle de rayon k_f . —, cercle de rayon k_0 .

Pour se convaincre de la validité de la méthode pour toutes les fréquences dans le domaine $[170, 2000]$ Hz, le TL est calculé à partir des équations (B.5), (B.6) et (B.7). En figure B.2, sont comparés les TL obtenus à partir des fonctions de sensibilité modales à un calcul de référence (obtenu à partir d'informations en paroi, voir annexe A) dans le cas d'une excitation de type CAD. Encore une fois les résultats sont en excellent accord, ce qui valide numériquement la méthode proposée.

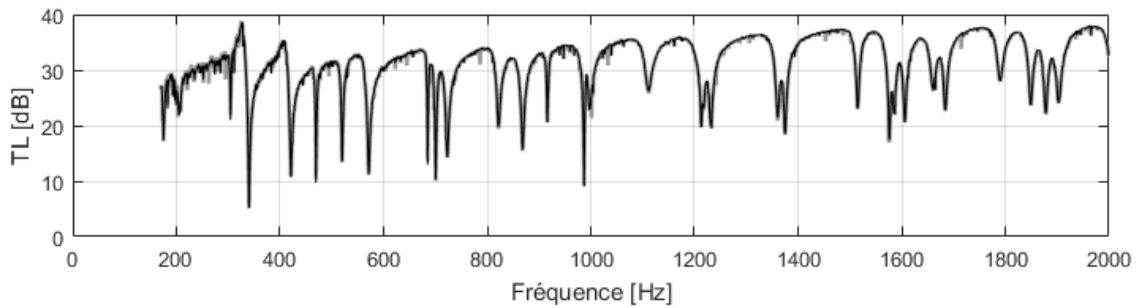


Figure B.2 Transmission loss (dB) : calcul de référence (ligne grise) vs. approche numérique à partir des fonctions de sensibilité modales (ligne noire).

B.3 Conclusion sur la méthode alternative

Une méthode permettant de caractériser expérimentalement un panneau excité par un champ de pression aléatoire à partir de ses caractéristiques modales a été présentée. Une première validation numérique a également été présentée et ne montre aucune limitation d'un point de vue numérique pour le cas test considéré.

Cela-dit, la décomposition modale en elle-même présente une première limitation. En effet, la série ne converge qu'à condition de sommer au moins les modes de fréquence propre inférieur à deux fois la fréquence d'excitation. Numériquement et dans le cas d'une plaque plane simplement supportée, cela ne pose pas de problème puisque chaque mode peut être caractérisé analytiquement. Cependant, d'un point de vue expérimental, les difficultés suivantes sont envisageables :

- en haute fréquence, la densité modale peut être trop importante pour identifier chaque mode.
- La caractérisation modale d'un système à deux dimensions peut nécessiter des mesures pour plusieurs points d'excitation (afin de s'assurer que l'excitation n'est pas sur un nœud de vibration d'un mode). En plus de cela, la méthode nécessite de connaître les déformées modales sur tout le panneau. Cela peut s'avérer long en utilisant des moyens de mesures classiques (pot vibrant et vibromètre laser), mais le problème pourrait être contourné en utilisant la déflectométrie optique pour mesurer le champ vibratoire de la plaque. On obtient par ce moyen de mesure la réponse du panneau entier de manière quasi instantanée. On pourrait alors procéder à des mesures au marteau d'impact en plusieurs points d'excitation.
- La dernière difficulté anticipée est de s'assurer qu'expérimentalement, on arrive bien à identifier tous les modes sur le bande de fréquence d'intérêt sans en oublier. Ce point constitue l'essentiel des travaux de recherche en ce qui concerne cette méthode. On peut penser à utiliser des logiciels de caractérisation modale tels que Pulse.

LISTE DES RÉFÉRENCES

- [1] Abraham, B. et Keith, W. (1998). Direct measurements of turbulent boundary layer wall pressure wavenumber-frequency spectra. *J. Sound Vib.*, volume 120, p. 29–39.
- [2] Ando, S. et Qinzhong, S. (2006). Extrapolation technique for acoustically induced random vibration of honeycomb panel. *Int. J. Comp. Sci. Network Sec.*, volume 6, numéro 4, p. 88–94.
- [3] Arguillat, B., Ricot, D., Bailly, C. et Robert, G. (2010). Measured wavenumber : Frequency spectrum associated with acoustic and aerodynamic wall pressure fluctuations. *J. Acoust. Soc. Am.*, volume 128, numéro 4, p. 1647–1655.
- [4] ASTM International, West Conshohocken, PA (2009). *Standard Test Method for Laboratory Measurement of Airborne Sound Transmission Loss of Building Partitions and Elements*.
- [5] ASTM International, West Conshohocken, PA (2016). *ASTM E2249-02 (2016) Standard Test Method for Laboratory Measurement of Airborne Sound Transmission Loss of Building Partitions and Elements Using Sound Intensity*.
- [6] Astoffi, J., Bally, P., Oliviero, P. et Forestier, B. (1993). Rapport du bassin d’essais des carènes ; mesures et modélisations des fluctuations de pression sous une couche limite turbulente aéro et hydrodynamique, avec et sans manipulateur de couche limite. *Rapport final au titre de la convention C.91.77*.
- [7] Aucejo, M. (2010). *Vibro-acoustique des structures immergées sous écoulement turbulent*. Thèse de doctorat, Ecole doctorale MEGA, Lyon, France, 99 p.
- [8] Aucejo, M., Maxit, L. et Guyader, J.-L. (2012). Experimental simulation of turbulent boundary layer induced vibrations by using a synthetic array. *J. Sound Vib.*, volume 331, numéro 16, p. 3824–3843.
- [9] Bano, S., Marmey, R., Jourdan, L. et Guibergia, J. P. (1992). Étude théorique et expérimentale de la réponse vibro-acoustique d’une plaque couplée à une cavité en fluide lourd. *Journal d’Acoustique*, volume 5, numéro 1, p. 99–124.
- [10] Benarrous, E. (1979). *Contribution à l’étude des fluctuations de pression pariétale sous une couche limite turbulente*. Thèse de doctorat, Université Lyon I.
- [11] Beranek, L. L. (1971). *Noise Reduction*. New York : McGraw-Hill (Chapitre 13).
- [12] Berkhout, A. J., de Vries, D. et Vogel, P. (1993). Acoustic control by wave field synthesis. *J. Acoust. Soc. Am.*, volume 93, numéro 5, p. 2764–2778.
- [13] Berry, A., Dia, R. et Robin, O. (2012). A wave field synthesis approach to reproduction of spatially correlated sound fields. *J. Acoust. Soc. Am.*, volume 131, numéro 2, p. 1226–1239.

- [14] Berton, M. (2014). *Modélisation de la réponse vibro-acoustique d'une structure excitée par une couche limite turbulente en présence d'un gradient de pression statique*. Thèse de doctorat, École Centrale de Lyon.
- [15] Bhat, W. V. (1971). Flight test measurement of exterior turbulent boundary layer pressure fluctuations on boeing model 737 airplane. *J. Sound Vib.*, volume 14, numéro 4, p. 439–457.
- [16] Bhat, W. V. (1971). Use of correlation technique for estimating in-flight noise radiated by wing-mounted jet engines on a fuselage. *J. Sound Vib.*, volume 17, numéro 3, p. 349–355.
- [17] Bhat, W. V. et Wilby, J. F. (1971). Interior noise radiated by an airplane fuselage subjected to turbulent boundary layer excitation and evaluation of noise reduction treatments. *J. Sound Vib.*, volume 18, numéro 4, p. 449–464.
- [18] Blake, W. (1986). *Mechanics of flow-induced sound and vibration*. Academic Press.
- [19] Bonness, W. K., Capone, D. E. et Hambric, S. A. (2010). Low-wavenumber turbulent boundary layer wall-pressure measurements from vibration data on a cylinder in pipe flow. *J. Sound Vib.*, volume 329, p. 4166–4180.
- [20] Borisjuk, A. O. et Grinchenko, V. T. (1997). Vibration and noise generation by elastic elements excited by turbulent flow. *J. Sound Vib.*, volume 204, numéro 2, p. 213–237.
- [21] Bravo, T. et Elliot, S. J. (2004). Variability of low frequency sound transmission measurements. *J. Acoust. Soc. Am.*, volume 115, numéro 6, p. 2986–2997.
- [22] Bravo, T. et Maury, C. (2006). The experimental synthesis of random pressure fields : Methodology. *J. Acoust. Soc. Am.*, volume 120, numéro 5, p. 2702–2711.
- [23] Bravo, T. et Maury, C. (2011). A synthesis approach for reproducing the response of aircraft panels to a turbulent boundary layer excitation. *J. Acoust. Soc. Am.*, volume 129, numéro 1, p. 143–153.
- [24] Bremner, P., Todter, C. et Clifton, S. (2015). Sideglass turbulence and wind noise sources measured with a high resolution surface pressure array. *SAE Int. J. Passenger. Cars - Mech. Syst.*, volume 8, numéro 3, p. 1063–1074.
- [25] Bull, M. (1996). Wall-pressure fluctuations beneath turbulent boundary layer : some reflections on forty years of research. *J. Sound Vib.*, volume 190, numéro 3, p. 299–315.
- [26] Caiazzo, A., D'Amico, R. et Desmet, W. (2016). A generalized corcos model for modelling turbulent boundary layer wall pressure fluctuations. *J. Sound Vib.*, volume 372, p. 192–210.
- [27] Chase, D. (1980). Modeling the wavevector-frequency spectrum of turbulent boundary layer wall pressure. *J. Sound Vib.*, volume 70, p. 29–67.

- [28] Chase, D. (1987). The character of turbulent wall pressure spectrum at subconvective wavenumbers and a suggested comprehensive model. *J. Sound Vib.*, volume 112, numéro 1, p. 127–147.
- [29] Chazot, J.-D., Robin, O., Guyader, J.-L. et Atalla, N. (2016). Diffuse acoustic field produced in reverberant rooms : A boundary diffuse field index. *Acta Acust. United Ac.*, volume 102, p. 503–516.
- [30] Ciappi, E., Rosa, S. D., Franco, F., Guyader, J. et Hambric, S. (2014). *Flinovia – Flow Induced Noise and Vibration Issues and Aspects*. Springer, 249–278 p.
- [31] Cockburn, J. et Robertson, J. (1974). Vibration response of spacecraft shrouds to in-flight fluctuating pressures. *J. Sound Vib.*, volume 33, numéro 4, p. 399–425.
- [32] Cook, R. K., Waterhouse, R. V., Berendt, R. D., Edelman, S. et Jr, M. C. T. (1955). Measurement of correlation coefficients in reverberant sound fields. *J. Acoust. Soc. Am.*, volume 27, numéro 6, p. 1072–1077.
- [33] Corcos, G. (1963). Resolution of pressure in turbulence. *J. Acoust. Soc. Am.*, volume 35, numéro 2, p. 192–199.
- [34] Corcos, G. (1964). The structure of the turbulent sound field on boundary-layer flows. *Journal of Fluid Mechanics*, volume 18, p. 353–375.
- [35] Courmontagne, P. (2005). *Ingénierie du signal – Théorie et pratique*. Ellipses.
- [36] Cousteix, J. (1989). *Turbulence et couche limite*. Editions Cépaduès.
- [37] Coyette, J., Nieuwenhof, B. V. D., Lielens, G. et Detandt, Y. (2014). Computational strategies for modeling distributed random excitations (diffuse field and turbulent boundary layer) in a vibro-acoustic context. *CFA Poitiers*, p. 1907–1913.
- [38] Crandall, S. (1959). *Random vibration : Volume 1*. MIT Press.
- [39] Davies, H. G. (1971). Sound from turbulent-boundary-layer excited panels. *J. Acoust. Soc. Am.*, volume 49, numéro 3, p. 878–889.
- [40] Dijckmans, A. et Vermeir, C. (2013). Numerical investigation of the repeatability and reproductibility of laboratory sound insulation measurements. *Acta Acust. United Ac.*, volume 99, p. 421–432.
- [41] Efimtsov, B. (1982). Characteristics of the field of turbulent wall pressure fluctuations at large reynolds numbers. *Soviet Physics Acoustics*, volume 28, numéro 4, p. 289–292.
- [42] Efimtsov, B. (1984). Similarity criteria for the spectra of wall pressure fluctuations in a turbulent boundary layer. *Soviet Physics Acoustics*, volume 30, numéro 1, p. 33–35.
- [43] Ehrenfried, K. et Koop, L. (2008). Experimental study of pressure fluctuations beneath a compressible turbulent boundary layer. *14th AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference, Aeroacoustics Conferences*, p. 1–18.

- [44] Elliott, S., Maury, C. et Gardonio, P. (2005). The synthesis of spatially correlated random pressure fields. *J. Acoust. Soc. Am.*, volume 117, numéro 3, p. 1186–1201.
- [45] Fahy, F. (1989). *Sound Intensity*. Elsevier Applied Science, London, 96 p.
- [46] Fahy, F. (2003). Some applications of the reciprocity principle in experimental vibroacoustics. *Acoustical Physics*, volume 49, numéro 2, p. 217–229.
- [47] Fahy, F. et Gardonio, P. (2007). *Sound and structural vibration : radiation, transmission and response*. Academic Press.
- [48] Farabee, T. et Geib, F. (1975). Measurement of boundary layer pressure fields with an array of pressure transducers in a subsonic flow. Proceedings of International Congress on Instrumentation in Aerospace Simulation Facilities, p. 311–319.
- [49] Fazi, F. et Nelson, P. A. (2010). The relationship between sound field reproduction and near-field acoustical holography. In proceedings of the 129th Convention of the Audio Engineering Society, p. 1–7.
- [50] Finnveden, S., Birgersson, F., Ross, U. et Kremer, T. (2003). Application of the spectral finite element method to turbulent boundary layer induced vibration of plates. *J. Sound Vib.*, volume 259, numéro 4, p. 873–891.
- [51] Finnveden, S., Birgersson, F., Ross, U. et Kremer, T. (2005). A model of wall pressure correlation for prediction of turbulence-induced vibration. *Journal of Fluids and Structures*, volume 20, p. 1127–1143.
- [52] Garg, N., Gandhi, L., Kumar, A., Kumar, P. et Saini, P. K. (2016). Measurement uncertainty in airborne sound insulation and single-number quantities using sound pressure and sound intensity approaches. *Noise Control Eng. J.*, volume 64, numéro 2, p. 153–169.
- [53] Garg, N. et Maji, S. (2013). Vibration induced due to acoustic excitation in diffuse field conditions. *Acoust. Australia*, volume 41, numéro 3, p. 219–224.
- [54] Goody, M. (2004). Empirical spectral model of surface pressure fluctuations. *AIAA J.*, volume 42, numéro 9, p. 1788–1794.
- [55] Graham, W. R. (1996). Boundary layer induced noise in aircraft, part i : the flat model. *J. Sound Vib.*, volume 192, numéro 1, p. 101–120.
- [56] Graham, W. R. (1997). A comparison of models for the wavenumber-frequency spectrum of turbulent boundary layer pressures. *J. Sound Vib.*, volume 206, numéro 4, p. 541–565.
- [57] Grédiac, M. et Hild, F. (2013). *Full-Field Measurements and Identification in Solid Mechanics*. ISTE Ltd. and John Wiley & Sons Inc., London, Chap. 3 and 6.
- [58] Guy, R. W. et Mey, A. D. (1985). Measurement of sound transmission loss by sound intensity. *Canadian Acoust.*, volume 13, numéro 2, p. 25–44.

- [59] Hambric, S. A., Hwang, Y. F. et Bonness, W. K. (2004). Vibrations of plates with clamped and free edges excited by low-speed turbulent boundary layer flow. *J. Fluid Struct.*, volume 19, p. 93–110.
- [60] Howe, M. (1991). Surface pressures and sound produced by turbulent flow over smooth and rough walls. *J. Acoust. Soc. Am.*, volume 90, numéro 2, p. 1041–1047.
- [61] Hwang, Y., Bonness, W. et Hambric, S. (2003). Prediction of flow induced sound and vibration of periodically stiffened plates. *Technical report, Applied Research Laboratory - Pennstate University*.
- [62] Hwang, Y., Bonness, W. et Hambric, S. (2009). Comparison of semi-empirical models for turbulent boundary layer wall pressure spectra. *J. Sound Vib.*, volume 319, p. 199–217.
- [63] International Standard Organization, Geneva, Switzerland (2000). *ISO 15186-1 :2000 Acoustics – Measurement of sound insulation in buildings and of building elements using sound intensity – Part 1 : Laboratory measurements*.
- [64] International Standard Organization, Geneva, Switzerland (2010). *ISO 10140-2 :2010 Acoustics – Laboratory measurement of sound insulation of building elements – Part 2 : Measurement of airborne sound insulation*.
- [65] Jacobsen, F. (1979). *The Diffuse Sound Field : Statistical Considerations Concerning the Reverberant Field in the Steady State*. Acoustics Laboratory, Technical University of Denmark.
- [66] Jacobsen, F. et Roisin, T. (2000). The coherence of reverberant sound fields. *J. Acoust. Soc. Am.*, volume 108, numéro 1, p. 204–210.
- [67] Kang, H. J., Ih, J. G., Kim, H. S. et Kim, J. S. (2002). An experimental investigation on the directional distribution of incident energy for the prediction of sound transmission loss. *Appl. Acoust.*, volume 63, p. 283–294.
- [68] Kraichnan, R. (1956). Pressure fluctuations in turbulent flow over a flat plate. *J. Acoust. Soc. Am.*, volume 28, numéro 3, p. 378–390.
- [69] Lin, Y. K. (1967). *Probabilistic theory of structural dynamics*. McGraw-Hill, New York, 207 p.
- [70] Lueptow, R. M. (1995). Transducer resolution and the turbulent wall pressure spectrum. *J. Acoust. Soc. Am.*, volume 97, numéro 1, p. 370–378.
- [71] Lyamshev, L. M. (1958). A method for solving the problem of sound radiation by thin elastic shells and plates. *Sov. Phys. Acoust.*, volume 102, numéro 5, p. 122–124.
- [72] Maestrello, L. (1969). Radiation from panel response to a supersonic turbulent boundary layer. *J. Sound Vib.*, volume 10, numéro 2, p. 261–295.
- [73] Manoha, E. (1991). Wall pressure wavenumber-frequency spectrum beneath a turbulent boundary layer measured with transducers calibrated with an acoustical method.

- Proceedings of the ASME Symposium on Flow Noise Modeling, Measurement, and Control, Noise Control and Acoustics, volume 11. p. 21–35.
- [74] Marchetto, C., Maxit, L., Robin, O. et Berry, A. (2016). Caractérisation expérimentale de structures sous champ acoustique diffus : mesure des fonctions de sensibilité par principe de réciprocité. *CFA Le Mans*, p. 1479–1484.
- [75] Marchetto, C., Maxit, L., Robin, O. et Berry, A. (2016). Vibro-acoustic response of panels excited by a diffuse acoustic field : experimental estimation of sensitivity functions using a reciprocity principle. *inter.noise Hamburg*, p. 7675–7682.
- [76] Marchetto, C., Maxit, L., Robin, O. et Berry, A. (2017). Vibroacoustic response of panels under diffuse acoustic field excitation from sensitivity functions and reciprocity principles. *J. Acoust. Soc. Am.*, volume 141, numéro 6, p. 4508–4521.
- [77] Marchetto, C., Maxit, L., Robin, O. et Berry, A. (submitted in 2017). Experimental prediction of the vibration response of panels under a turbulent boundary layer excitation from sensitivity functions. *J. Acoust. Soc. Am.*, volume xx, p. xx.
- [78] Marchetto, C., Maxit, L., Robin, O. et Berry, A. (to be published 2017/2018). Measurement techniques of the sensitivity functions to characterize the vibration response of panels under turbulent boundary layer excitation. *Flinovia II - Flow Induced Noise and Vibration Issues and Aspects, second edition (book chapter)*, p. xx.
- [79] Martin, N. et Leehey, P. (1977). Low wavenumber wall pressure measurements using a rectangular membrane as a spatial filter. *J. Sound Vib.*, volume 52, numéro 1, p. 95–120.
- [80] Maury, C. et Bravo, T. (2006). The experimental synthesis of random pressure fields : Practical feasibility. *J. Acoust. Soc. Am.*, volume 120, numéro 5, p. 2712–2723.
- [81] Maury, C. et Bravo, T. (2014). Synthèse de champs de pression pariétaux sur une structure : approches numériques et expérimentales. *CFA Poitiers*, p. 1875–1881.
- [82] Maury, C. et Bravo, T. (2016). Focussed synthesis of a turbulent boundary layer excitation. *22nd AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference, Aeroacoustics Conferences*, p. 1–12.
- [83] Maury, C., Elliott, S. et Gardonio, P. (2004). Turbulent boundary-layer simulation with an array of loudspeakers. *AIAA J.*, volume 42, numéro 4, p. 706–713.
- [84] Maury, C., Gardonio, P. et Elliott, S. (2002). A wavenumber approach to modelling the response of a randomly excited panel, part 1 : general theory. *J. Sound Vib.*, volume 252, numéro 1, p. 83–113.
- [85] Maxit, L. (2016). Simulation of the pressure field beneath a turbulent boundary layer using realizations of uncorrelated wall plane waves. *J. Acoust. Soc. Am.*, volume 140, numéro 2, p. 1268–1285.
- [86] Maxit, L. et Denis, V. (2013). Prediction of flow induced sound and vibration of periodically stiffened plates. *J. Acoust. Soc. Am.*, volume 133, numéro 1, p. 146–160.

- [87] Maynard, J. D., Williams, E. G. et Lee, Y. (1985). Nearfield acoustic holography. i. theory of generalized holography and the development of nah. *J. Acoust. Soc. Am.*, volume 78, p. 1395–1413.
- [88] Mellen, R. (1994). Wave-vector filter analysis of turbulent flow. *J. Acoust. Soc. Am.*, volume 95, numéro 3, p. 1671–1673.
- [89] Miller, T. S., Gallman, J. M. et Moeller, M. J. (2011). Review of turbulent boundary layer models for acoustic analysis. *49th AIAA Aerospace Sciences Meeting*, p. 1–20.
- [90] Palumbo, D. (2012). Determining correlation and coherence lengths in turbulent boundary layer flight data. *J. Sound Vib.*, volume 331, p. 3721–3737.
- [91] Phillips, O. (1956). On the aerodynamic surface sound from a plane turbulent boundary layer. *Proceedings of the Royal Society A*, volume 234, p. 327–335.
- [92] Pierce, A. (1989). *Acoustics : An Introduction to Its Physical Principles and Applications*. American Institute of Physics, 165–167 p.
- [93] Rafaely, B. (2000). Spatial-temporal correlation of a diffuse sound field. *J. Acoust. Soc. Am.*, volume 107, numéro 6, p. 3254–3258.
- [94] Rayleigh, J. W. S. (1877). *The theory of sound*. New York Dover Publications.
- [95] Robert, G. (1984). *Modélisation et simulation du champ exciteur induit sur une structure par une couche limite turbulente*. Thèse de doctorat, École Centrale de Lyon.
- [96] Robin, O. (2013). *Reproduction de champs de pression acoustique aléatoires sur des surfaces planes*. Thèse de doctorat, Université de Sherbrooke.
- [97] Robin, O., Berry, A. et Moreau, S. (2013). Reproduction of random pressure fields based on planar nearfield acoustic holography. *J. Acoust. Soc. Am.*, volume 133, numéro 6, p. 3885–3899.
- [98] Robin, O., Berry, A. et Moreau, S. (2014). Experimental vibroacoustic testing of plane panels using synthesized random pressure fields. *J. Acoust. Soc. Am.*, volume 135, numéro 6, p. 3434–3445.
- [99] Robin, O., Chazot, J.-D., Boulandet, R., Michau, M., Berry, A. et Atalla, N. (2016). A plane and thin panel with representative simply supported boundary conditions for laboratory vibroacoustic test. *Acta Acust. United Ac.*, volume 102, numéro 1, p. 170–182.
- [100] Robin, O., Moreau, S., Padois, T. et Berry, A. (2013). Measurement of the wavenumber-frequency spectrum of wall pressure fluctuations : spiral-shaped rotative arrays with pinhole-mounted quarter inch microphones. *19th AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference, Aeroacoustics Conferences*, p. 1–18.
- [101] Rohlffing, J. et Gardonio, P. (2009). Homogeneous and sandwich active panels under deterministic and stochastic excitation. *J. Acoust. Soc. Am.*, volume 125, numéro 6, p. 3696–3706.

- [102] Roozen, N., Labelle, L., Rychtáriková, M. et Glorieux, C. (2015). Determining radiated sound power of building structures by means of laser doppler vibrometry. *J. Sound Vib.*, volume 346, p. 81–99.
- [103] Rozenberg, Y., Robert, G. et Moreau, S. (2012). Wall-pressure spectral model including the adverse pressure gradient effects. *AIAA J.*, volume 50, numéro 10, p. 2168–2179.
- [104] Schiller, N. H. et Allen, A. R. (2015). Assessment of analytical predictions for diffuse field sound transmission loss. In proceedings of the 44th InterNoise Congress, Paper No. IN15_257, p. 5971–5982.
- [105] Schlichting, H. et Gersten, K. (2000). *Boundary layer theory*. Springer-Verlag.
- [106] Schloemer, H. H. (1967). Effects of pressure gradients on turbulent-boundary-layer wall-pressure fluctuations. *J. Acoust. Soc. Am.*, volume 42, numéro 1, p. 93–113.
- [107] Schroeder, M. R. (1954). Statistical parameters of the frequency response curves of large rooms. *Acustica*, volume 4, p. 594–600.
- [108] Smol'yakov, A. (2000). Calculation of the spectra of pseudosound wall-pressure fluctuations in turbulent boundary layer. *Acoustical Physics*, volume 46, numéro 3, p. 342–347.
- [109] Smol'yakov, A. et Tkachenko, V. (1991). Model of a field of pseudosonic turbulent wall pressures and experimental data. *Soviet Physics Acoustics*, volume 37, numéro 6.
- [110] Squicciarini, G., Putra, A., Thompson, D. J., Zhang, X. et Salim, M. A. (2015). Use of a reciprocity technique to measure the radiation efficiency of a vibrating structure. *Appl. Acoust.*, volume 89, p. 107–121.
- [111] Strawderman, W. A. et Christman, R. A. (1972). Turbulence-induced plate vibrations : some effects of fluid loading on finite and infinite plates. *J. Acoust. Soc. Am.*, volume 52, numéro 5, p. 1537–1552.
- [112] Todter, C. et Bremner, P. (2013). Direct data to memory sensor array. *US Patent Application No. PCT/US2013/073403, Filing Date 05 December 2013*.
- [113] Todter, C., Robin, O., Bremner, P., Marchetto, C. et Berry, A. (2017). Effect of screens and pinhole size on measured fluctuating surface pressures using a micro-electro-mechanical microphone array. SAE International.
- [114] Totaro, N., Robert, G. et Guyader, J. L. (2008). Frequency averaged injected power under boundary layer excitation : An experimental validation. *Acta Acust. United Ac.*, volume 94, numéro 4, p. 534–547.
- [115] Veronesi, A. et Maynard, J. D. (1987). Nearfield acoustical holography (nah). ii. holographic reconstruction algorithms and computer implementation. *J. Acoust. Soc. Am.*, volume 81, p. 1307–1322.

- [116] Wilby, J. F. et Gloyna, F. L. (1972). Vibration measurements of an airplane fuselage structure, part i : jet noise excitation. *J. Sound Vib.*, volume 23, numéro 4, p. 467–486.
- [117] Wilby, J. F. et Gloyna, F. L. (1972). Vibration measurements of an airplane fuselage structure, part i : turbulent boundary excitation. *J. Sound Vib.*, volume 23, numéro 4, p. 443–466.
- [118] Williams, E. G. (1999). *Fourier Acoustics : Sound Radiation and Nearfield Acoustical Holography*. Academic Press.
- [119] Williams, E. G. et Maynard, J. D. (1982). Numerical evaluation of the rayleigh integral for planar radiators using the fft. *J. Acoust. Soc. Am.*, volume 72, numéro 6, p. 2020–2030.
- [120] Willmarth, W. W. et Woolridge, C. E. (1962). Mesurements of the fluctuating pressure at the wall beneath a thick turbulent boundary layer. *Journal of Fluid Mechanics*, volume 14, p. 187–210.
- [121] Wolde, T. T., Verheij, J. W. et Steenhoek, H. F. (1975). Reciprocity method for the measurement of mechano-acoustical transfer functions. *J. Sound Vib.*, volume 42, numéro 1, p. 49–55.

